

Esercizio

1) Una parete verticale costituita due strati di calcestruzzo ($\lambda_1 = 0,7 \text{ W/m K}$) con interposto uno strato di isolante ($\lambda_2 = 0,04 \text{ W/mK}$), separa un ambiente interno con temperatura dell'aria di 18°C con l'esterno a temperatura -5°C .

Lo strato esterno di calcestruzzo ha uno spessore di 15 cm, quello interno di 10 cm, lo strato di isolante è di 3 cm.

- Calcolare il flusso termico specifico (W/m^2) che attraversa la parete.
- Disegnare il profilo delle temperature all'interno della parete.
- Verificare se sulla superficie interna della parete si forma condensa nell'ipotesi in cui l'umidità relativa nell'ambiente interno sia del 70%
- Verificare la formazione di condensa interstiziale (si assuma $UR_{\text{esterna}} = 80\%$)
- Se si verifica condensa interstiziale determinare lo spessore minimo di una barriera al vapore che abbia permeabilità al vapore pari a $\delta = 6,75 \cdot 10^{-15} \text{ [kg/s m Pa]}$

Si assumano i seguenti valori per i coefficienti di adduzione $h_i = 8 \text{ W/m}^2\text{K}$, $h_e = 23 \text{ W/m}^2\text{K}$

VERIFICA TERMOIGROMETRICA

È necessario procedere ai seguenti step di verifica

1. Calcolo del flusso termico trasmesso.
2. Calcolo delle temperature di ogni interfaccia muraria.
3. Determinazione della temperatura di rugiada e verifica alla condensa superficiale
4. Verifica alla condensa interstiziale e analisi del flusso di vapore
5. Determinazione di p_{vi} e p_{ve} a partire dagli stati termodinamici dell'aria umida interna ed esterna e calcolo del flusso di vapore (mediante la legge di Fick).
6. Distribuzione di pressione parziale del vapore ad ogni interfaccia.
7. Calcolo delle pressioni di saturazione ad ogni interfaccia (dipendenti dalla sola $T_{INTERFACCIA}$).
8. Verifica, ad ogni interfaccia, che le pressioni parziali del vapore siano **INFERIORI** alle pressioni di saturazione calcolate al punto 4.

1) Calcolo del flusso termico q in condizioni stazionarie:

$$q = K * \Delta T$$

- K = trasmittanza termica globale della parete (reciproco della resistenza)
- ΔT = differenza delle temperature interna ed esterna

Ricordando che per una parete piana multistrato considerata indefinita le resistenze di ogni singolo strato si sommano, avremo:

$$R_{\text{tot}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

$$R_1 = \text{spessore}_1 / \lambda_1 = 0,1 / 0,7 = 0,14 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$R_2 = \text{spessore}_2 / \lambda_2 = 0,03 / 0,04 = 0,75 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$R_3 = \text{spessore}_3 / \lambda_3 = 0,15 / 0,7 = 0,21 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

Inoltre considerando i coefficienti di convezione h_i e h_e si avrà:

$$R_{\text{con},i} = 1/h_i = 1/8 = 0,13 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$R_{\text{con},e} = 1/h_e = 1/23 = 0,04 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$R_{\text{tot}} = 1,28 \text{ m}^2 \text{ K/W}$$

$$K = 1/R_{\text{tot}} = 0,78 \text{ W/ m}^2 \text{ K}$$

Il flusso termico che attraversa la parete (potenza termica per unità di superficie) sarà:

$$q = K (T_i - T_e) = 0,78 * [18 - (-5)] = 18,03 \text{ W/m}^2$$

ovvero:

$$q = (T_i - T_e)/R_{\text{tot}} = 0,78 * [18 - (-5)] = 18,03 \text{ W/m}^2 \quad \text{Flusso dalla parete interna a quella esterna}$$

2) In condizione stazionarie, il flusso termico che attraversa ogni singolo strato sarà lo stesso.

Possiamo continuare ad applicare sempre la stessa formula. Per uno strato j :

$$q = (T_i - T_j)/R_j \quad \text{con} \quad R_j = 1/h_i + \sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z} \quad (\text{I})$$

$\sum_{z=1}^j \frac{s_z}{\lambda_z}$ è la resistenza termica alla conduzione degli strati a monte dello strato j .

2. Calcolo delle temperature di ogni interfaccia muraria.

Determinare la distribuzione della temperatura all'interno della parete

• Temperatura della superficie interna della parete $T_{p,i}$

$$q = h_i (T_i - T_{p,i}) \quad \text{essendo } T_{p,i} \text{ incognita}$$

$$T_{p,i} = T_i - q/h_i = 18 - 18.03/8 = 15,7 \text{ } ^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 1 (strato di calcestruzzo interno) e lo strato 2 (strato di isolante termico) T_1 :

$$q = (T_i - T_1)/(1/h_i + s_1/\lambda_1)$$

$$T_1 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7) = 13,2^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie di contatto tra lo strato 2 (strato di isolante termico) e lo strato 3 (strato di calcestruzzo esterno) T_2 :

$$T_2 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7 + 0,03/0,04) = 0,35^\circ\text{C}$$

- Temperatura della superficie esterna della parete $T_{p,e}$

$$T_4 = T_i - q/(1/8 + 0,1/0,7 + 0,03/0,04 + 0,15/0,7) = T_e + q/h_e = -4,2^\circ\text{C}$$

Si può adesso calcolare il profilo di T

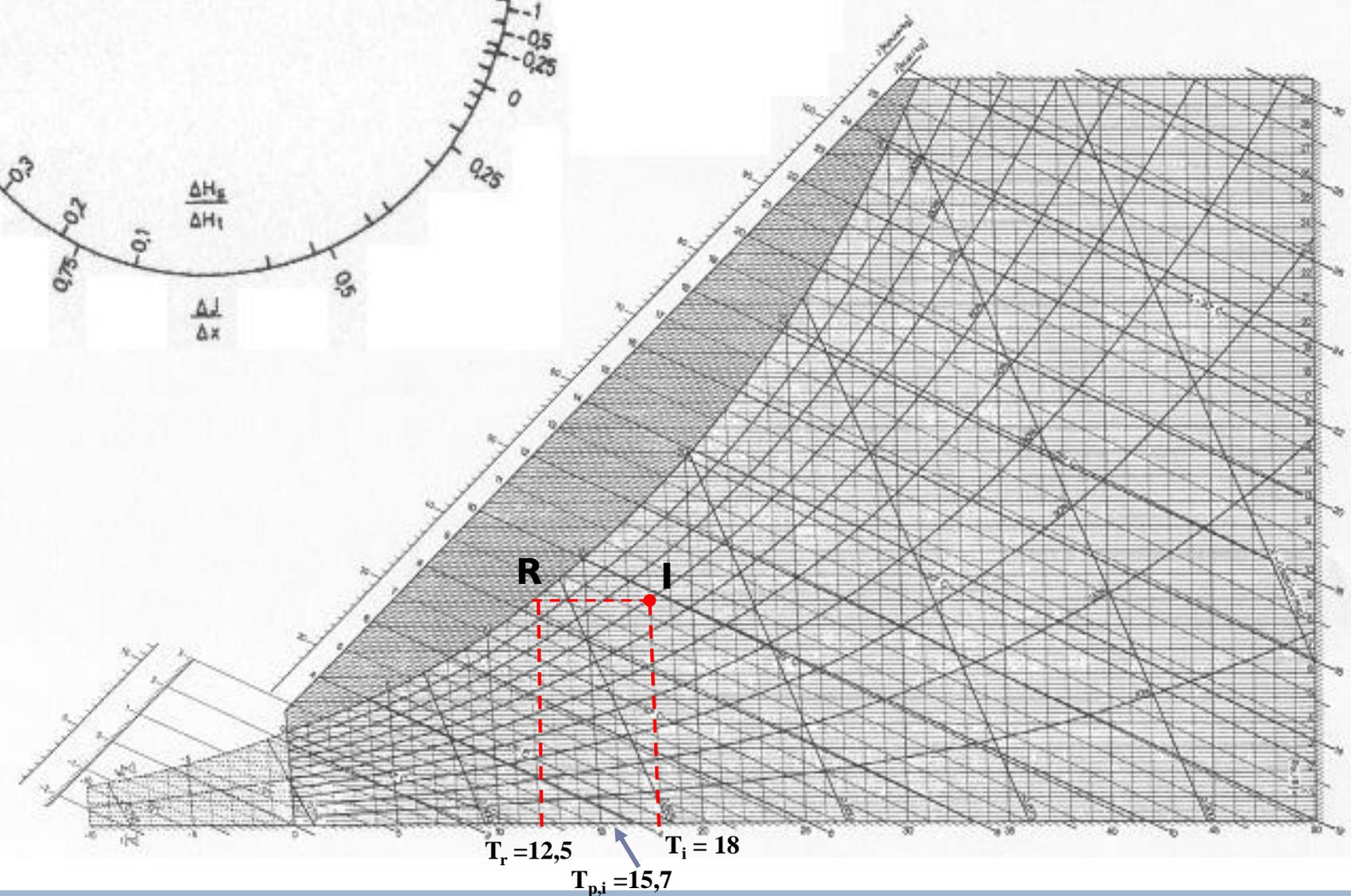
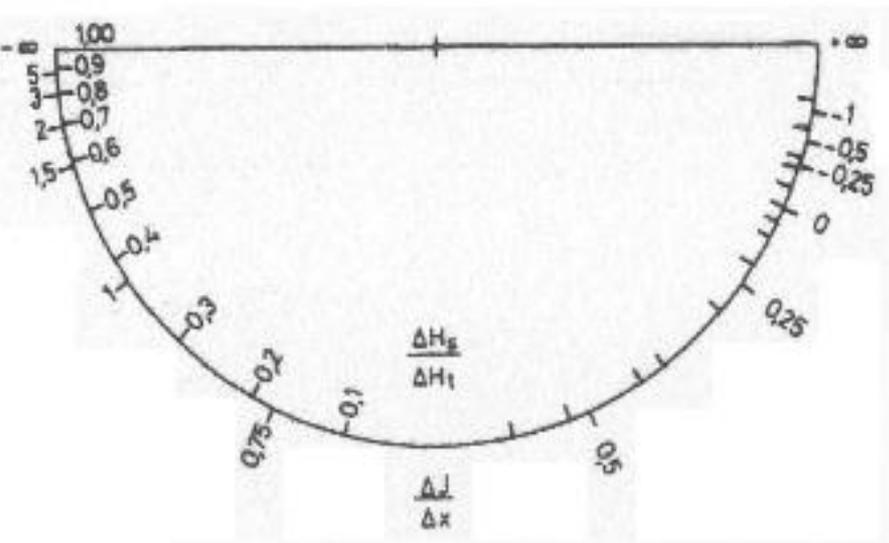
3. Determinazione della temperatura di rugiada e verifica alla condensa superficiale

- 3) Dal diagramma psicrometrico, individuato il punto rappresentativo dell'aria interna I (18°C ; $0,70$), si determina la corrispondente temperatura di rugiada T_r , definita come la temperatura in corrispondenza della quale il vapore acqueo presente nell'aria satura condensa a pressione costante.

Affinché non si verifichi condensa superficiale deve essere:

$$T_r < T_{p,i}$$

Nel caso in specie non c'è condensa superficiale, in quanto risulta $T_r = 12,5^{\circ}\text{C}$ che è inferiore alla $T_{p,i} = 15,7^{\circ}\text{C}$.



4. Analisi del flusso di vapore

4) Verifica della condensa interstiziale

Ricordate che, date le temperature, affinché non si verifichi condensa interstiziale in ogni strato della parete la pressione parziale del vapore deve essere inferiore alla pressione di saturazione corrispondente alla data temperatura. Ciò vuol dire che il vapore deve trovarsi in condizioni di pressione e temperatura lontane da quelle di saturazione (incipiente condensazione- T_r e p_{sat}).

4) Supponiamo i seguenti valori di permeabilità al vapore per ogni strato:

$$\text{Permeabilità strati 1 e 3:} \quad \delta_1 = \delta_3 = 1.3 \cdot 10^{-12} \text{ [kg/Pa m s]}$$

$$\text{Permeabilità strato 2 :} \quad \delta_2 = 1.8 \cdot 10^{-12} \text{ [kg/Pa m s]}$$

Per calcolare il flusso di vapore “ g_v ” usiamo una formula strutturalmente analoga a quella usata per il calore:

$$g_v = \Delta p / R_v$$

con Δp = differenza tra la pressione di vapore interna p_{vi} e la pressione di vapore esterna p_{ve}

5. Determinazione di p_{vi} e p_{ve} a partire dagli stati termodinamici dell'aria umida interna ed esterna e calcolo del flusso di vapore (mediante la legge di Fick).

Si ricordi che:

$$UR = p_v / p_{sat}$$

Per l'ambiente interno:

$$UR_i = 0,7$$

Dalla tabella delle pressioni di saturazione si ricava $p_{sat,i}$ alla temperatura $T_i = 18^\circ\text{C}$:

$$p_{sat,i} = 2064 \text{ [Pa]}$$

$$p_{v,i} = UR_i p_{sat,i} = 0,7 * 2064 = 1445 \text{ [Pa]}$$

Per l'ambiente esterno:

$$UR_e = 80\%$$

Dalla tabella delle pressioni di saturazione si ricava $p_{sat,e}$ alla temperatura $T_e = -5^\circ\text{C}$

$$p_{sat,e} = 401 \text{ [Pa]}$$

$$p_{v,e} = UR_e p_{sat,e} = 0,8 * 401 = 321 \text{ [Pa]}$$

Pressione di saturazione $p_{sat}(T)$

Pressione di saturazione del vapor d'acqua in funzione della temperatura

°C	Pa	mm Hg	°C	Pa	mm Hg
-10	260	1,95	8	1073	8,05
-9	284	2,13	9	1148	8,61
-8	309	2,32	10	1228	9,21
-7	337	2,53	11	1312	9,84
-6	368	2,76	12	1416	10,62
→ -5	401	3,01	13	1497	11,23
-4	437	3,28	14	1599	11,99
-3	476	3,57	15	1705	12,79
-2	517	3,88	16	1817	13,63
-1	563	4,22	17	1937	14,53
0	611	4,58	→ 18	2064	15,48
1	657	4,93	19	2197	16,48
2	705	5,29	20	2337	17,53
3	759	5,69	21	2486	18,65
4	813	6,1	22	2644	19,83
5	872	6,54	23	2809	21,07
6	935	7,01	24	2984	22,38
7	1001	7,51			

Resistenza al vapore della parete:

$$\text{Resistenza al vapore}_1 = s_1/\delta_1 = 7,69 \cdot 10^{10} \text{ [m}^2 \text{ Pa s/kg]}$$

$$\text{Resistenza al vapore}_2 = s_2/\delta_2 = 1,67 \cdot 10^{10} \text{ [m}^2 \text{ Pa/kg]}$$

$$\text{Resistenza al vapore}_3 = s_3/\delta_1 = 11,5 \cdot 10^{10} \text{ [m}^2 \text{ Pa/kg]}$$

$$R_{\text{vapore,tot}} = \Sigma R_v = 2,09 \cdot 10^{11} \text{ [m}^2 \text{ Pa s/kg]}$$

Il reciproco della resistenza al vapore è detto permeanza

$$M_{\text{vapore}} = 1/R_v = 4,79 \cdot 10^{-12} \text{ [kg/m}^2 \text{ s Pa]}$$

$$g_v = \frac{(p_{vi} - p_{ve})}{R_{v,tot}}$$



$$g_v = \frac{(p_{vi} - p_{ve})}{\sum_{i=1}^n \frac{S_i}{\delta_i}}$$

$$g_v = \frac{p_{v,i} - p_{v,e}}{R_{v,tot}} = \frac{p_{v,i} - p_{v,e}}{\sum_{j=1}^n \frac{S_j}{\delta_j}} = \frac{1445 - 321}{2,09 \cdot 10^{11}} = 538 \cdot 10^{-11} = 5,38 \cdot 10^{-9}$$

$$\cong 5,4 \cdot 10^{-9} \left[\frac{kg}{s \cdot m^2} \right]$$

6. Distribuzione delle pressioni parziali di vapore ad ogni interfaccia.

Calcolo delle pressioni di vapore

Così come sono state prima determinate le temperature adesso, si calcolano le pressioni parziali di vapore nei singoli strati:

Mentre $T_{p,i}$ non è uguale alla T_i a causa della resistenza alla convezione tra strato superficiale della parete e l'aria che la lambisce (lo stesso vale per la superficie esterna a $T_{p,e}$ distinta da T_e), nello studio delle pressioni, visto che la resistenza dell'aria alla diffusione del vapore è trascurabile rispetto a quella opposta dai materiali da costruzione, si assume $p_{v,i}$ anche sulla superficie interna della parete e $p_{v,e}$ sulla superficie esterna a contatto con aria a $T = -5^\circ$.

Anche la pressione di saturazione, che è legata alla temperatura, avrà sulla superficie interna della parete un valore $p_{\text{sat},1}$ diverso da $p_{\text{sat},i}$, in quanto la temperatura è $T_{p,i} = 15,7 \text{ °C}$, diversa dalla temperatura $T_i = 18 \text{ °C}$:

$$p_{\text{sat},i} = 2064 \text{ [Pa]} \text{ a } T_i = 18 \text{ °C}$$

$p_{\text{sat},1} = 1783 \text{ [Pa]}$ a $T_{p,i} = 15,7 \text{ °C}$ ottenuta tramite interpolazione lineare dei valori in tabella (slide 18)

La pressione parziale di vapore p_v sulla superficie della parete è sempre

$$p_{v,i} = 1445 \text{ [Pa]}$$

- Pressione sulla superficie di separazione tra lo strato 1 (cls interno) e lo strato 2 (isolante):

$$g_v = (p_v - P_{v,1}) / R_{v,1}$$

$$P_{v,1} = p_{v,i} - g_v * R_{v,1} = 1445 - 5,4 * 10^{-9} * 7,69 * 10^{10} = 1445 - 5,4 * 10 = \mathbf{1030} \text{ [Pa]}$$

Analogamente:

$$P_{v,2} = p_{v,i} - g_v * (R_{v,1} + R_{v,2}) = 1445 - 5,4 * 10^{-9} * (7,69 * 10^{10} + 1,67 * 10^{10}) =$$

$$1445 - 5,4 * 10^{-9} * 10^{10} * (7,69 + 1,67)$$

$$1445 - 54 * (7,69 + 1,67) = 939,6 \approx \mathbf{940} \text{ [Pa]}$$

7. Calcolo delle pressioni di saturazione lungo la parete ad ogni interfaccia (dipendenti dalla sola $T_{\text{INTERFACCIA}}$).

Dalla tabella delle pressioni di saturazione si ricava $p_{\text{sat},1}$ alla temperatura $T_{\text{p},i} = 15,7 \text{ }^\circ\text{C}$ ottenuta tramite interpolazione lineare dei valori presenti in tabella

$$p_{\text{sat},\text{pi}} = 1783 \text{ [Pa]} \quad T_{\text{p},i} = T_1 = 15,7 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{\text{sat},1} = 1517,4 \text{ [Pa]} \quad T_1 = 13,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{\text{sat},2} = 627 \text{ [Pa]} \quad T_2 = 0,35 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{\text{sat},\text{pe}} = 430 \text{ [Pa]} \quad T_{\text{p},e} = T_3 = -4,2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{\text{sat},i} = 2064 \text{ [Pa]} \quad T_i = 18 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$p_{\text{sat},e} = 401 \text{ [Pa]} \quad T_e = -5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Non c'è condensazione se su ogni interfaccia la pressione parziale di vapore si mantiene sempre inferiore alla pressione parziale corrispondente alla data temperatura che si genera sull'interfaccia. Quindi, per la parete in esame:

$$\text{Interfaccia cls-isolante 1-2 } p_{\text{v},1} = 1030 \text{ [Pa]} < p_{\text{sat},1} = 1571,4 \text{ [Pa]}$$

$$\text{Interfaccia isolante-calcestruzzo 2-3 } p_{\text{v},2} = 940 \text{ [Pa]} > p_{\text{sat},2} = 627 \text{ [Pa]}$$

 C'è condensa interstiziale

8. Verifica, ad ogni interfaccia, che le pressioni parziali del vapore siano **INFERIORI** alle pressioni di saturazione

Non c'è condensazione se su ogni interfaccia la pressione parziale di vapore si mantiene sempre inferiore alla pressione parziale corrispondente alla data temperatura che si genera sull'interfaccia.

Quindi, per la parete in esame:

Interfaccia cls-isolante 1-2 $p_{v,1} = 1030 \text{ [Pa]} < p_{\text{sat},1} = 1571,4 \text{ [Pa]}$

Interfaccia isolante-calcestruzzo 2-3 $p_{v,2} = 940 \text{ [Pa]} > p_{\text{sat},2} = 627 \text{ [Pa]}$

 **C'è condensa interstiziale**

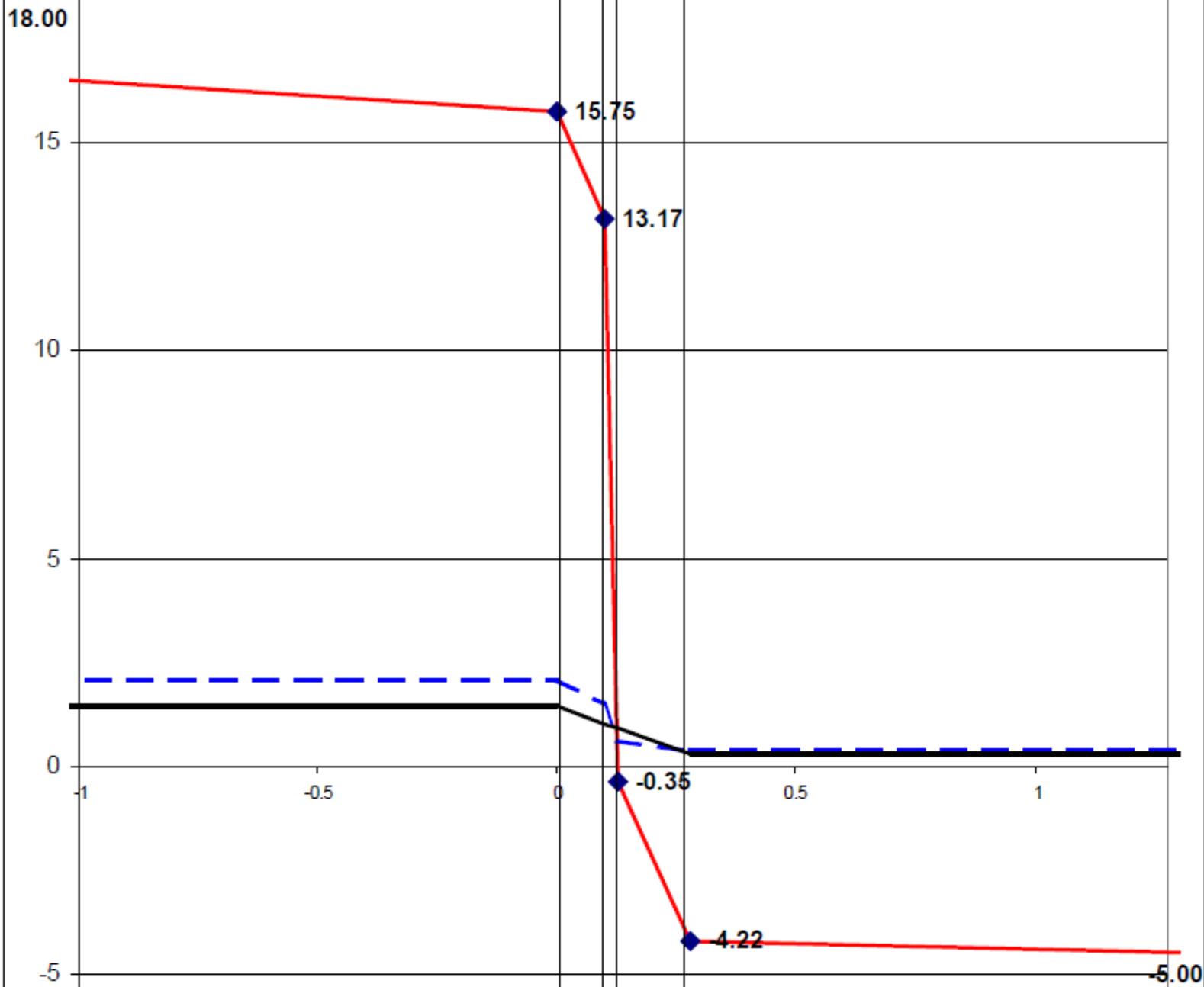


Diagramma di Glaser (verifica grafica)

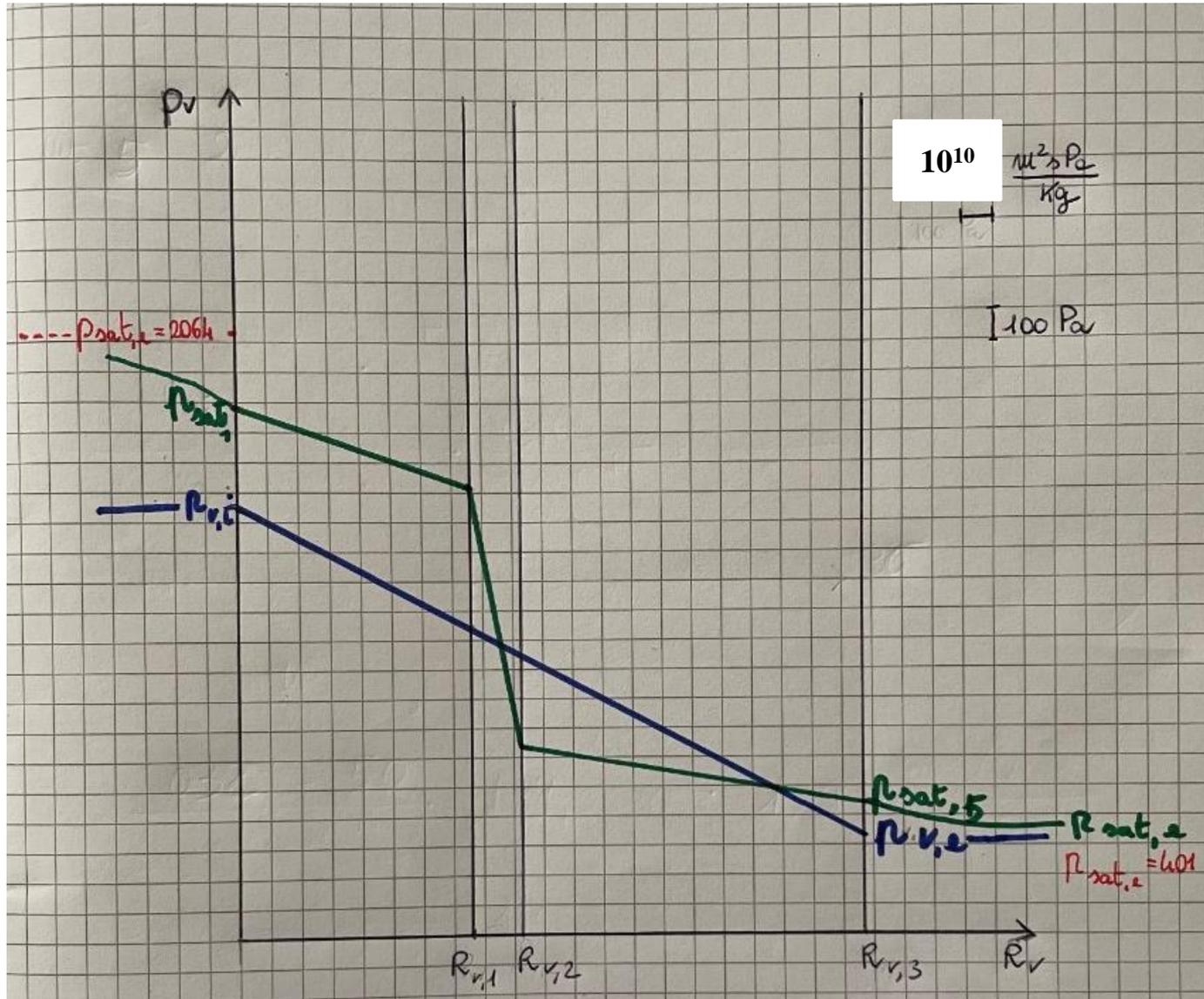


Diagramma di Glaser (verifica grafica)

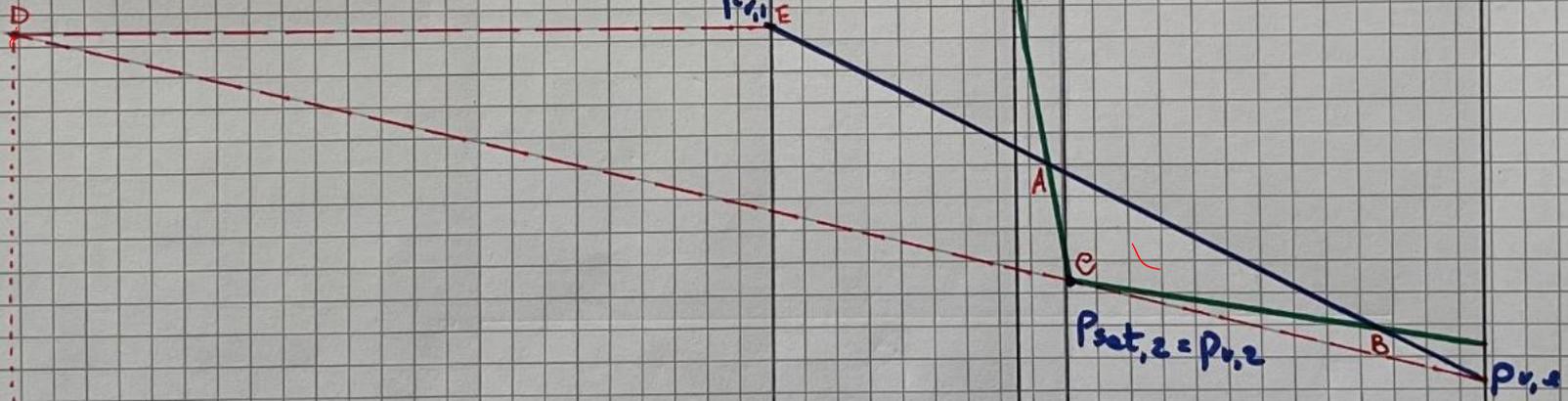
1. Costruisco un diagramma piano:
Asse x $\mathbf{R_{v,j}}$: resistenza al vapore di ogni strato
Asse y $\mathbf{p_v, p_{sat}}$: pressioni di vapore
2. Si riportano, pertanto, gli andamenti delle pressioni parziale e di saturazione in funzione delle resistenze al vapore
2. In una parete si verifica condensa interstiziale nella porzione in cui la pressione di saturazione scende fino a raggiungere la pressione parziale di vapore (**grafico**: tratto verde inferiore a quello blu; **procedura analitica**: $p_v > p_{sat}$)

5) Per la parete in esame individuate graficamente lo spessore minimo di una barriera al vapore di permeabilità al vapore $\delta_{\text{barriera}} = 6.75 \cdot 10^{-15}$ [kg/Pa m s], affinché non vi sia condensa interstiziale e posizionatela correttamente

10^{10} [m² s Pa/kg]

100 [Pa]

$\mu \uparrow$



$$R_{V,b} = \frac{\delta_b}{\delta_b}$$

$R_{V,l}$

$p_{sat,2} = p_{v,2}$

$p_{v,e}$

$p_{i,E}$

A

e

B

D

Pressione di saturazione $p_{sat}(T)$

Pressione di saturazione del vapor d'acqua in funzione della temperatura

°C	Pa	mm Hg	°C	Pa	mm Hg
-10	260	1,95	8	1073	8,05
-9	284	2,13	9	1148	8,61
-8	309	2,32	10	1228	9,21
-7	337	2,53	11	1312	9,84
-6	368	2,76	12	1416	10,62
-5	401	3,01	13	1497	11,23
-4	437	3,28	14	1599	11,99
-3	476	3,57	15	1705	12,79
-2	517	3,88	16	1817	13,63
-1	563	4,22	17	1937	14,53
0	611	4,58	18	2064	15,48
1	657	4,93	19	2197	16,48
2	705	5,29	20	2337	17,53
3	759	5,69	21	2486	18,65
4	813	6,1	22	2644	19,83
5	872	6,54	23	2809	21,07
6	935	7,01	24	2984	22,38
7	1001	7,51			

Calcolo di interpolazione lineare per le pressioni di saturazione non tabellate

Esempio:

Ricavare la pressione di saturazione si ricava $p_{\text{sat},1}$ alla temperatura $T_{p,i} = 15,7 \text{ °C}$ ottenuta tramite interpolazione lineare dei valori presenti in tabella,

$$T_{p,i} = 15,7 \text{ °C} \quad p_{\text{sat},pi} = ? \quad [\text{Pa}]$$

$T = 15,7 \text{ °C}$ non è tabellata

$p_{\text{sat},pi}$ è da trovare interpolando i valori p_a e p_b , corrispondenti a $T_a = 15 \text{ °C}$ e $T_b = 16 \text{ °C}$, **rispettivamente.**

$$\text{Leggo a } T_a = 15 \text{ °C} \quad p_a = 1505 \text{ [Pa]}$$

$$\text{Leggo a } T_b = 16 \text{ °C} \quad p_b = 1817 \text{ [Pa]}$$

$$\frac{T - T_a}{T_b - T_a} = \frac{p - p_a}{p_b - p_a}$$

X	Y
T	p
T_a	p_a
T	p?
T_b	p_b

Calcolo di interpolazione lineare per le pressioni di saturazione non tabellate

$$T_{p,i} = 15,7 \text{ °C} \quad p_{\text{sat},pi} = ? \text{ [Pa]}$$

interpolare i valori p_a e p_b , corrispondenti a $T_a = 15 \text{ °C}$ e $T_b = 16 \text{ °C}$, rispettivamente.

$$\text{Leggo a } T_a = 15 \text{ °C} \quad p_a = 1505 \text{ [Pa]}$$

$$\text{Leggo a } T_b = 16 \text{ °C} \quad p_b = 1817 \text{ [Pa]}$$

$$\frac{p - p_a}{p_b - p_a} = \frac{T - T_a}{T_b - T_a}$$

$$p - p_a = (p_b - p_a) \frac{T - T_a}{T_b - T_a}$$

$$p = p_a + (p_b - p_a) \frac{T - T_a}{T_b - T_a}$$

Calcolo di interpolazione lineare per le pressioni di saturazione non tabellate

$$T_{p,i} = 15,7 \text{ °C} \quad p_{\text{sat},pi} = ? \text{ [Pa]}$$

interpolare i valori p_a e p_b , corrispondenti a $T_a = 15 \text{ °C}$ e $T_b = 16 \text{ °C}$, rispettivamente.

$$\text{Leggo a } T_a = 15 \text{ °C} \quad p_a = 1505 \text{ [Pa]}$$

$$\text{Leggo a } T_b = 16 \text{ °C} \quad p_b = 1817 \text{ [Pa]}$$

$$p = p_a + (p_b - p_a) \frac{T - T_a}{T_b - T_a}$$

$$p = 1505 + (1817 - 1505) \cdot (15,7 - 15) / (16 - 15) = 1783,4 \text{ [Pa]}$$

Ho quindi ricavato il valore della pressione di saturazione corrispondente a $T_{p,i} = 15,7 \text{ °C}$