Da quale altezza dovrebbe cadere un'auto (in assenza di attrito) per acquistare un'energia cinetica uguale a quella che avrebbe se viaggiasse alla velocità di 80 km/h?

- velocità dell'auto v = 80 km/h;
- g = accelerazione di gravità = 9,81 m/s^2
- 1h = 3600 s
- $E_c = \frac{1}{2} \times m \times v^2$
- $E_p = m \times g \times h$

Per calcolare il valore dell'energia cinetica E_c dell'automobile la velocità v deve essere espressa in m/s:

$$v = 80\left[\frac{km}{h}\right] = \frac{80 \times 1000\,[m]}{3600\,[s]} = 22{,}2\,\frac{m}{s}$$

L'energia cinetica E_c di un grave in caduta libera è uguale alla variazione dell'energia potenziale:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

Per calcolare il valore dell'altezza h si uguaglia l'energia potenziale all'energia cinetica dell'auto che viaggia a 80 km/h

$$\frac{1}{2} \times m \times v^2 = m \times 9{,}81 \times h$$

L'incognita m, relativa alla massa del corpo, poiché compare sia al primo termine che al secondo può essere eliminata; si avrà dunque:

$$h = 25{,}17m$$

Un ascensore vuoto pesa 4000 N e può portare 15 passeggeri in 15 secondi dal piano terra fino all'altezza di 25 m fuori terra. Se ogni passeggero pesa 650 N quale è il valore della potenza del motore necessaria all'ascensore per il trasporto?

- peso proprio dell'ascensore = 4000 N
- numero di passeggeri = 15
- peso medio di ogni passeggero = 650 N
- altezza h = 25 m
- tempo impiegato dall'ascensore per raggiungere l'altezza h = 15 s
- $1\ N = 1\ kg \times 9{,}81\ m/s^2$

ES. 2

Per calcolare il valore della massa totale (ascensore + passeggeri) si convertono i Newton in kg:

$$P = m \times g \qquad 4000 = m \times 9{,}81 \Rightarrow \quad \frac{4000[\mathrm{N}]}{9{,}81\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]} = 407{,}75 \ \mathrm{kg}$$

$$15 \times 650[\mathrm{N}] = 9750[\mathrm{N}] \quad 9750 = m \times 9{,}81 \Rightarrow \quad \frac{9750}{9{,}81} \cong 994 \ \mathrm{kg}$$

$$407{,}75 + 994 \cong 1402 \ \mathrm{kg}$$

Per calcolare il valore dell'energia necessaria per fare salire l'ascensore si considera la definizione di energia potenziale:

$$m \times g \times h = 1402 \times 9{,}81 \times 25 \cong 343841 \ \mathrm{J}$$

Per ottenere il valore della potenza necessaria all'ascensore per il trasporto è sufficiente dividere l'energia utilizzata [Joule] per il tempo impiegato [secondi]:

$$\frac{343841[\mathrm{J}]}{15[\mathrm{s}]} = 22922{,}6 \ \mathrm{W} \cong 23000 \ \mathrm{W} = 23 \ \mathrm{kW}$$

ES. 2

Determinare la potenza termica P fornita da una caldaia ad un fluido se l'incremento di temperatura del fluido che attraversa la stessa è pari a 20 K e la portata m del fluido è di 0,2 kg/s, posto c_p = 4200 J/kgK.

- il fluido ha un calore specifico costante nell'intervallo di temperatura considerato

- la potenza termica P ceduta al fluido è uguale alla quantità di calore necessaria, nell'unità di tempo affinché la temperatura aumenti di 20 K

- DT = 20K

- c_p = 4200 J/kgK

- m = 0,2 kg/s

- le dispersioni termiche dell'involucro non sono considerate in quanto si richiede la potenza termica ceduta al fluido

ES. 3

Dalla definizione di calore specifico:

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta t}\left[\frac{J}{kgK}\right]$$

Ricavando la potenza termica, dividendo per il tempo in secondi:

$$P = \frac{Q}{t} = c_p \frac{m\Delta t}{t}\left[\frac{J}{kgK}\frac{kg}{s}K = \frac{J}{s} = W\right]$$

Sostituendo i valori:

$$P = 4200\left[\frac{J}{kgK}\right]\times 0{,}2\left[\frac{kg}{s}\right]\times 20[K] = 16800\ W$$

100 g di alluminio sono riscaldati a 100 °C e collocati in 500 g di acqua inizialmente alla temperatura di 18,3 °C, la temperatura di equilibrio finale della miscela è 21,7°C.

Quale è il calore specifico dell’alluminio?

- variazione di temperatura dell’acqua DT = 21,7 -18,3 = 3,4 °C
- variazione di temperatura dell’alluminio DT = 100 – 21,7 = 78,3 °C
- calore specifico dell’acqua c_{acqua} = 1 cal/g °C
- $m_{alluminio}$ = 100 g
- m_{acqua} = 500 g

Il calore assorbito dall'acqua è dato da:

$$Q_{acqua} = m_{acqua} \times c_{acqua} \times \Delta T_{acqua}$$

$$Q_{acqua} = 500[g] \times 1\left[\frac{cal}{g\ °C}\right] \times 3{,}4[°C] = 1700\ cal$$

Tale calore corrisponde quello ceduto dall'alluminio per raggiungere l'equilibrio termico.

Il calore specifico medio dell'alluminio nell'intervallo di temperatura in oggetto è, quindi pari a:

$$c_{allu\ min\ io} = \frac{Q_{acqua}}{m_{allu\ min\ io} \times \Delta T_{allu\ min\ io}} = \frac{1700[cal]}{100[g] \times 78{,}3[°C]} = 0{,}217\frac{cal}{g\ °C}$$

Due moli di un gas perfetto monoatomico compiono un'espansione isoterma (temperatura = 200 K) passando da un volume iniziale di 2 litri ad un volume finale di 6 litri.

Calcolare il lavoro compiuto.

- numero di moli $n = 2$
- l'espansione isoterma avviene alla temperatura di 200 K
- volume iniziale $V_i = 2$ litri
- volume finale $V_f = 6$ litri

la costante universale dei gas ideali $R = 8{,}314$ J/mole K

Il lavoro in una trasformazione isoterma, cioè senza variazione di temperatura, è dato da:

$$L = \int_{V_i}^{V_f} p\,dV = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV = nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

$$L = nRT \ln \frac{V_f}{V_i} = 2 \times 8{,}314 \left[\frac{J}{\text{mole K}} \right] \times 200 [K] \times \ln \frac{6}{2} = 3653{,}5 \text{ J}$$

Un cilindro di base circolare con diametro 10 cm contiene 0,5 moli di gas ideale alla temperatura di 50 °C. La posizione iniziale del pistone corrisponde ad un'altezza rispetto al fondo del cilindro di 30 cm. Il sistema si espande compiendo un lavoro di 890 J, mentre la pressione all'interno del cilindro rimane costante.

Calcolare la nuova posizione del pistone, riferita sempre al fondo, e la temperatura finale del gas.

- temperatura iniziale del gas $T_{iniziale} = 50\ °C = 323\ K$
- posizione iniziale del pistone rispetto alla base del cilindro $h_i = 30$ cm
- lavoro prodotto per compiere l'espansione = 890 J
- trasformazione isobara
- raggio di base del cilindro $r = 0{,}05$ m
- volume del cilindro $V = pr^2h$
- numero di moli contenute nel cilindro $n = 0{,}5$

ES. 6

Partendo dall'equazione di stato per i gas ideali pV=nRT è possibile risalire al valore iniziale della pressione del gas, questo valore è funzione del volume iniziale del gas ricavato da:

$$V = \pi \times r^2 \times h_{iniziale} = 3{,}14 \times (0{,}05)^2 \times 0{,}3 = 0{,}002355\ m^3$$

La pressione sarà, quindi, data da:

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{0{,}5 \times 8{,}3145 \times 323}{0{,}002355}\left[\frac{\text{mole}\dfrac{J}{\text{mole K}}K}{m^3} = \frac{J}{m^3} = \frac{Nm}{m^3} = \frac{N}{m^2}\right] = 570187{,}6\ Pa$$

Dalla definizione di lavoro L = pDV è possibile ricavare la variazione di volume DV, e conseguentemente il valore del volume alla fine del processo:

$$\Delta V = \frac{L}{p} = \frac{890[J]}{570187{,}6[Pa]} = 0{,}00156\left[m^3\right] = A \times \Delta h = 0{,}00785 \times (h_{finale} - 0{,}3)$$

$$h_{finale} = 0{,}5\ m$$

Per determinare il valore della temperatura alla fine del processo si usa l'equazione di stato dei gas perfetti in funzione del valore del volume finale:

$$T_{finale} = \frac{pV_{finale}}{nR} = \frac{570187{,}5 \times \left(3{,}14 \times 0{,}05^2 \times 0{,}5\right)}{0{,}5 \times 8{,}3145} = 538\ K$$

Quando si acquista energia elettrica dall'ENEL essa è misurata in chilowattora [kWh].

1500 kWh di energia a quanti Joule corrispondono?

1 h = 3600 s
1 W = 1 J/s

Un chilowattora di energia è dato da:

$$1kWh = 10^3[W] \times 3600[s] = 3{,}6 \times 10^6 \left[\frac{J}{s} \times s\right] = 3{,}6 \times 10^6\, J$$

quindi:

$$1500kWh = 1500 \times \left(3{,}6 \times 10^6\right) J = 5{,}4 \times 10^9\, J$$

Una stufa “A” eroga 10 kWh di calore in 24 ore
una stufa “B” eroga 64500 kCal in 15 giorni (24h/24h).

Quale delle due stufe è più potente?

POTENZA: Definisce il lavoro, il calore o l’energia, nell’unità di tempo

1 W = 1J/s
1 kCal = 4186 Joule = 4,186 x 10^3 Joule
1 kWh = 3600000 Joule = 3,6 x 10^6 Joule
1 ora = 60 minuti = 3600 secondi
15 giorni = 360h = 21600min = 1296000 secondi

per calcolare la potenza della stufa “A” si calcola la sua potenza in kW si divide l’energia espressa in kWh per il tempo espresso in ore:

$$\frac{10[kWh]}{24[h]} = 0{,}416kW$$

per calcolare la potenza della stufa “B” si trasformano la kcal in Joule e successivamente si calcola la potenza in kW dividendo l’energia espressa in Joule per il tempo espresso in secondi:

$$64500\ [kcal] \text{ x } 4186 = 269997000 \text{ J}$$

$$\frac{269997000[J]}{1296000[s]} = 208W \cong 0.21kW$$

Un'automobile viaggiando alla velocità costante di 75 km/h sviluppa una potenza pari ad 80 kW.

Quanto vale la forza di propulsione F della vettura?

Velocità dell'auto v = 75 km/h = 20,8 m/s
Potenza sviluppata dall'auto P = 80 kW = 80000 W = 107,2 CV
1 kW = 1,34 CV

Per calcolare il valore della forza F si parte dal concetto di potenza P, ricordando che il lavoro L = Forza x spostamento.

Il rapporto d/s (spostamento/tempo) indica la velocità v [m/s], per cui:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{F \times d}{s}$$

$$P = F \times v$$

$$F = \frac{P}{v} = \frac{80000[W]}{20{,}8\left[\frac{m}{s}\right]} = 3846{,}15N$$

Un corpo di 1 kg viaggia alla velocità di 90 km/h.

Quanto vale la sua energia cinetica, espressa in Joule?
Se la velocità si dimezza, quale è la sua energia cinetica?

Massa del corpo m = 1 kg
Velocità v = 90 km/h = 25 m/s

L'energia cinetica Ec è data da:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 1[kg] \times (25)^2 \left[\frac{m}{s}\right]^2 = 312{,}5\ J$$

Dimezzando la velocità il valore dell'energia cinetica diventa:

$$E_c = \frac{1}{2} \times 1[kg] \times \left(\frac{25}{2}\right)^2 \left[\frac{m}{s}\right]^2 = 78{,}125\ J$$

Un uomo consuma in un giorno cibo con un valore energetico totale pari a 3500 kcal.

Calcolare a quanti Joule di energia corrisponde questa quantità di calorie e la potenza sviluppata dall'uomo, in Watt, dissipata nell'arco di 24 h e ipotizzandola costante.

1 kcal = 4186 J; 24 h = 86400 s

L'energia in Joule corrisponde a:

$$3500[kcal] \times 4186 = 14651000 J$$

La potenza sviluppata dall'uomo in 24 h è:

$$P = \frac{L[J]}{t[s]} = \frac{14651000[J]}{86400[s]} = 169{,}6\, W$$

Un serbatoio di accumulo della capacità di 100 litri e perfettamente isolato contiene acqua alla temperatura di 50°C.

Determinare quanto calore, in kJ, bisogna sottrarre all'acqua per portarla a 20°C.

Temperatura iniziale dell'acqua = 50°C
Temperatura finale dell'acqua = 20°C
Calore specifico dell'acqua è costante e pari a c_p = 1kcal/kgK
Il serbatoio è perfettamente isolato. I flussi termici scambiati con l'ambiente sono nulli, l'involucro del serbatoio è adiabatico.
L'acqua ha una temperatura omogenea in tutto il serbatoio.
Lo scambio fra il dispositivo che genera il calore e la massa d'acqua avviene con un'efficienza unitaria.

Il problema viene risolto trascurando la variabile temporale.
1 kcal = 4186 J
La densità dell'acqua r, considerata costante, è pari a 1000 kg/m^3.

La massa d'acqua m, contenuta nel serbatoio, è data da:

$$m = V \times \rho = 0.1\left[m^3\right] \times 1000\left[\frac{kg}{m^3}\right] = 100 kg$$

dove 1 litro [l] = 1 kg.

Utilizzando la stessa definizione di calore specifico si ha che:

$$c_p = \frac{Q}{m\Delta t}\left[\frac{J}{kgK}\right] \qquad Q = c_p m \Delta t\left[\frac{J}{kgK} kgK = J\right]$$

Ricordando che:

$$c_p = 1\left[\frac{kcal}{kgK}\right] = 4186\left[\frac{J}{kgK}\right]$$

Sostituendo i valori:

$$Q = c_p m \Delta t = 4186\left[\frac{J}{kgK}\right] \times 100[l] \times 1\left[\frac{kg}{l}\right] \times (20 - 50)[°C] = -12558000[J] = -12558[kJ]$$

Poiché l'acqua deve essere raffreddata,
il segno – denota che tale quantità di calore deve essere a lei sottratta.

Un cilindro di base circolare con diametro di 0,10 m contiene 0,5 moli di un gas ideale. Un corpo di massa pari ad 1 kg è posizionato stabilmente sul coperchio scorrevole del cilindro (il pistone).

Se, a seguito di una espansione, il pistone si solleva di 15 cm, a quanto ammonta il lavoro svolto?

Diametro base cilindro = 0,10 m
Massa del corpo posizionato sul pistone = 1 kg
Δh del pistone (a seguito dell'espansione) = 0,15 m
Area della base del cilindro = πr^2 = 0,00785 m^2
Pressione atmosferica = 101325 Pa

La trasformazione avviene a pressione costante (isobara).
Il gas espandendosi compie un lavoro L pari a $p \cdot \Delta V$, la pressione totale p_{tot} sarà data da $p + p_{atm}$.
Dal concetto di forza $F = m \cdot g = 1 \cdot 9{,}81 = 9{,}81$ N

$$p = \frac{F}{A} = \frac{9{,}81}{0{,}00785} = 1249{,}7[Pa]$$

La pressione totale sarà:

$p_{tot} = p + p_{atm} = 1249{,}7 + 101325 = 102574{,}7$ [Pa]

La variazione in volume si ricava da:

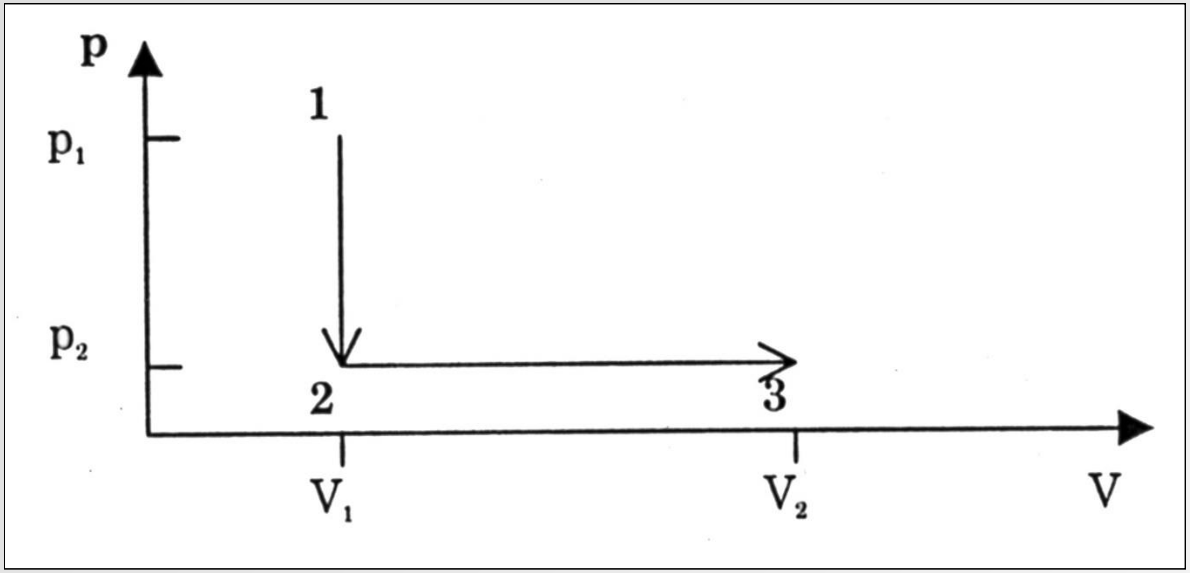
$\Delta V = A \cdot \Delta h = 0{,}00785 \times 0{,}15 = 0{,}00117\ m^3$

$L = p \cdot \Delta V = 0{,}00117 \times 102574{,}7 = 120$ J

Una mole, di gas perfetto si trova alla condizioni iniziali di pressione pari a p_i = 3 atm, volume V_i = 1 l ed energia interna U_i = 456 J.
Il suo stato finale è p_f = 2 atm, volume V_f = 3 l ed energia interna Ui= 912 J

Si analizzino quattro diverse successioni di trasformazioni e si calcolino il lavoro L compiuto dal gas ed il calore Q somministrato durante ciascun processo

1 mole di gas perfetto: n = 1
Pressione iniziale p_i = 3 atm
Volume iniziale V_i = 1 l = 0,001 m^3
Energia interna allo stato iniziale U_i = 456 J
Pressione finale p_f = 2 atm
Volume finale V_f = 3 l = 0,003 m^3
Energia interna allo stato finale U_f = 912 J
1 atm = 101325 Pa



Successione 1
Il gas è prima raffreddato a volume costante finché la sua pressione non è 2 atm. È poi lasciato espandere a pressione costante finché il suo volume non è 3 l.

Durante la fase di raffreddamento del gas a pressione costante il lavoro

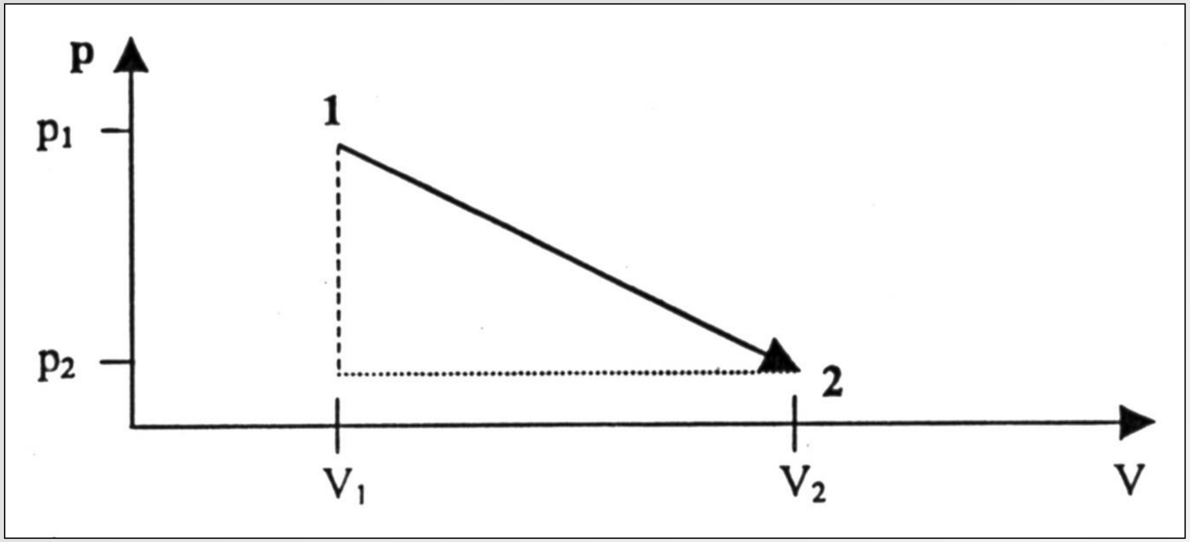
$L_{1,2} = 0$ poiché $L_{1,2} = p_1 \Delta V$ con $\Delta V = 0$

Durante la fase di espansione $L_{2,3} = p_2(V_2 - V_1)$

$L_{2,3} = (2 \times 101325) \times (0{,}003 - 0{,}001) = 405$ J

Dal primo principio della termodinamica $\Delta U = Q - L$

$$\Delta U = 912 - 456 = 456\ J \qquad Q = 456 + 405 = 861\ J$$

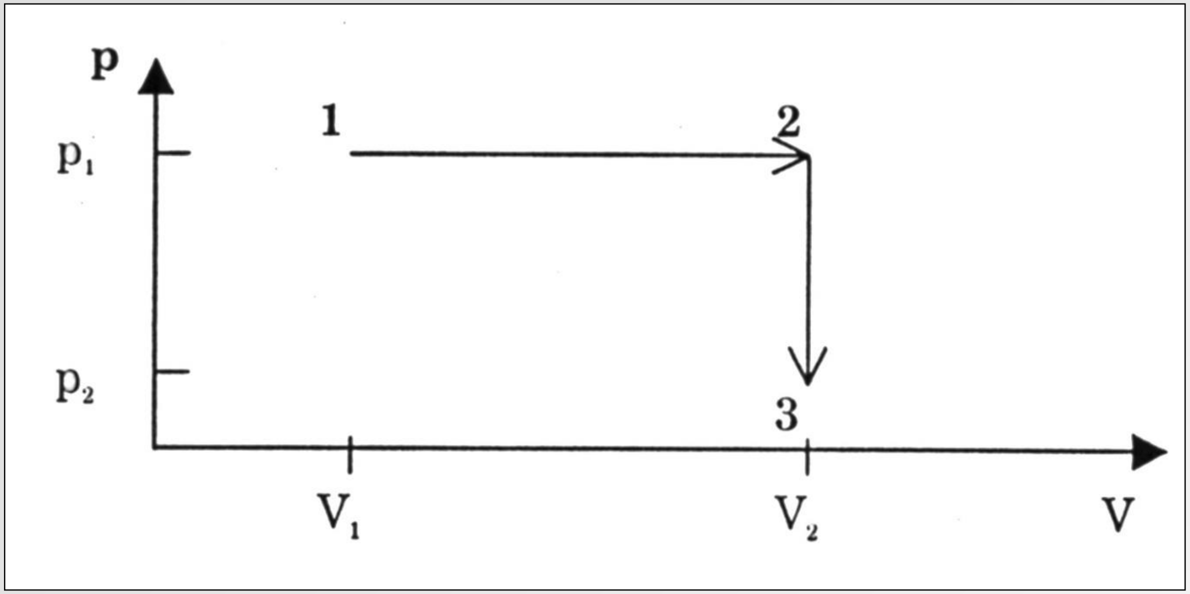


Successione 2
II gas si espande e gli è somministrato calore in modo tale che, su un diagramma pV, segua un cammino rettilineo dal suo stato iniziale al suo stato finale.

Il gas segue un cammino rettilineo per passare dallo stato iniziale 1 allo stato finale 2. Il lavoro L compiuto dal gas è dato dall'area racchiusa dal trapezio (1-V_1-V_2-2):

$$L = \frac{1}{2}(p_1 + p_2) \times (V_2 - V_1) = \frac{1}{2}(303975 + 202650) \times (0{,}003 - 0{,}001) \cong 507 J$$

$$Q = \Delta U + L = 456 + 507 = 962\ J$$

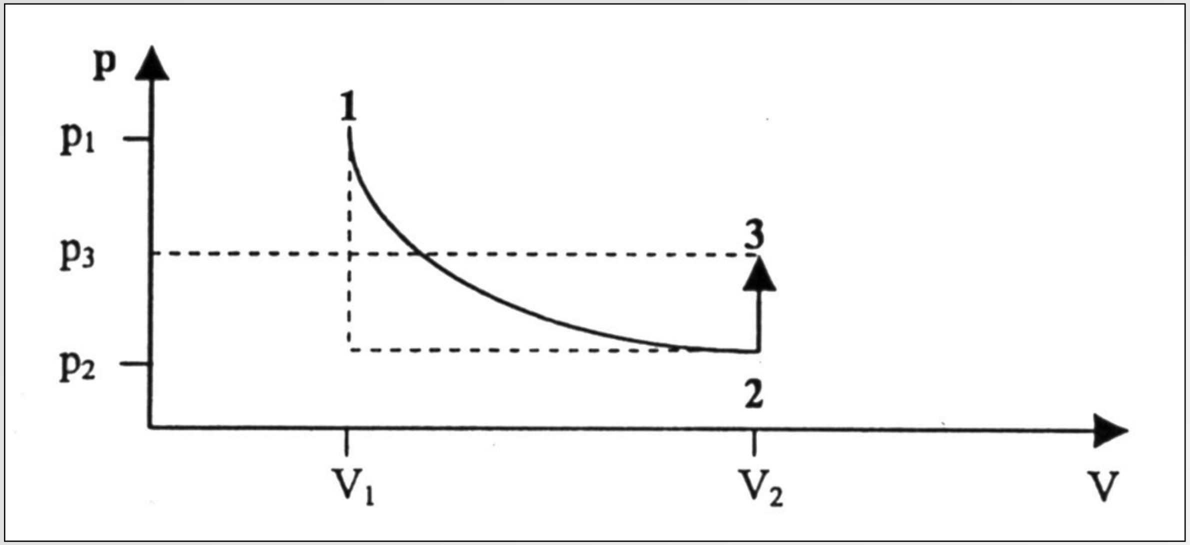


Successione 3
II gas è lasciato espandere, a pressione costante fino a un volume di 3 l. È poi raffreddato a volume costante finché la sua pressione non sia 2 atm.

Il lavoro durante il processo di raffreddamento a volume costante ($L_{2,3}$) è pari a zero, e quindi:

$$L = L_{1,2} = p_1(V_2 - V_1) = 303975 \times (0{,}003 - 0{,}001) = 607J$$

$$Q = \Delta U + L = 456 + 607 = 1063J$$



Successione 4

Il gas è lasciato espandere isotermicamente finché il volume non è 3 l e la sua pressione 1 atm. È poi riscaldato a volume costante finché la sua pressione non è 2 atm.

Durante l'espansione isoterma
$$L_{1,2} = \int_{V_1}^{V_2} p dV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$T = \frac{p_2 V_2}{nR} = \frac{p_1 V_1}{nR} = \frac{(3 \times 101325) \times 0{,}001}{1 \times 8{,}31} = 36{,}6K$$

$$L_{1,2} = 1 \times 3{,}81 \left[\frac{J}{mole \cdot K} \right] \times T \times \ln \frac{0{,}003}{0{,}001} = 9{,}12 \cdot T \cong 333J$$

$$Q = \Delta U + L = 456 + 333 = 789J$$