ESAMI di MECCANICA delle STRUTTURE - L17

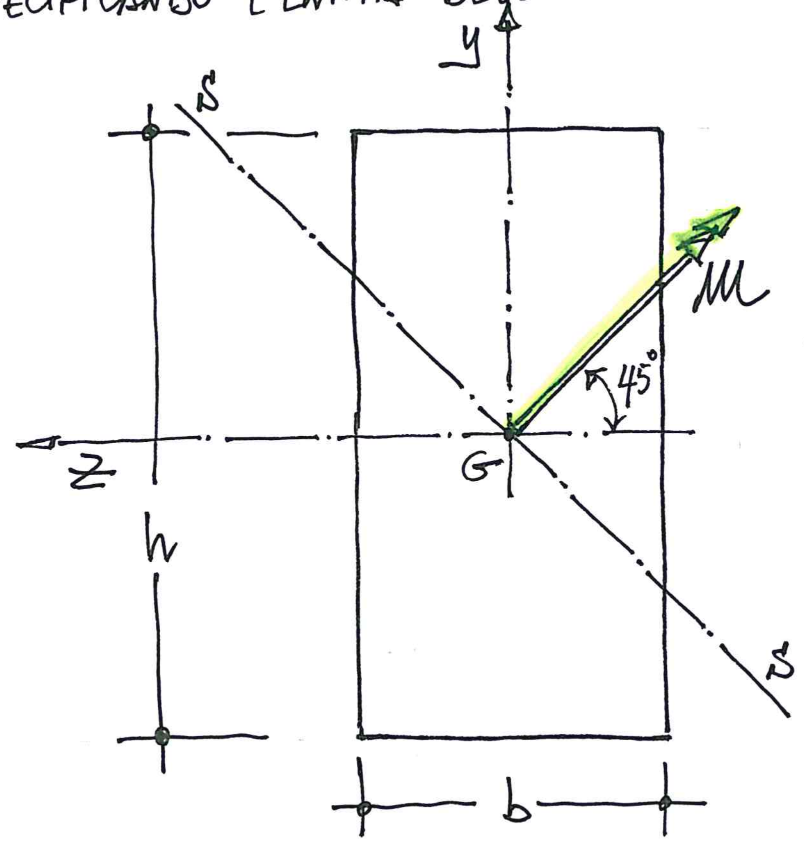
Corso P.FUSCHI - A.A. 2016-17 - prova scritta 7.06.17

P.FUSCHI
A.PISANO

SOLUZIONE

Quesito n. 2

CONSIDERANDO LA SEZIONE RETTANGOLARE DI UNA TRAVE IN LEGNO SOGGETTA A FLESSIONE E LE CUI CARATTERISTICHE GEOMETRICHE E MATERICHE SONO RIPORTATE IN FIGURA, DETERMINARE IL DIAGRAMMA DELLE TENSIONI GENERATE DAL MOMENTO FLETTENTE $\mathcal{M}$ ASSEGNATO INDIVIDUANDO I PUNTI OVE SI ATTINGONO I VALORI MASSIMI E SPECIFICANDO L'ENTITÀ DEGLI STESSI.



Dati:

$b = 15$ cm

$h = 30$ cm

$\sigma_{am}^{\ominus //} = 120 \frac{daN}{cm^2}$

$\sigma_{am}^{\oplus //} = 130 \frac{daN}{cm^2}$

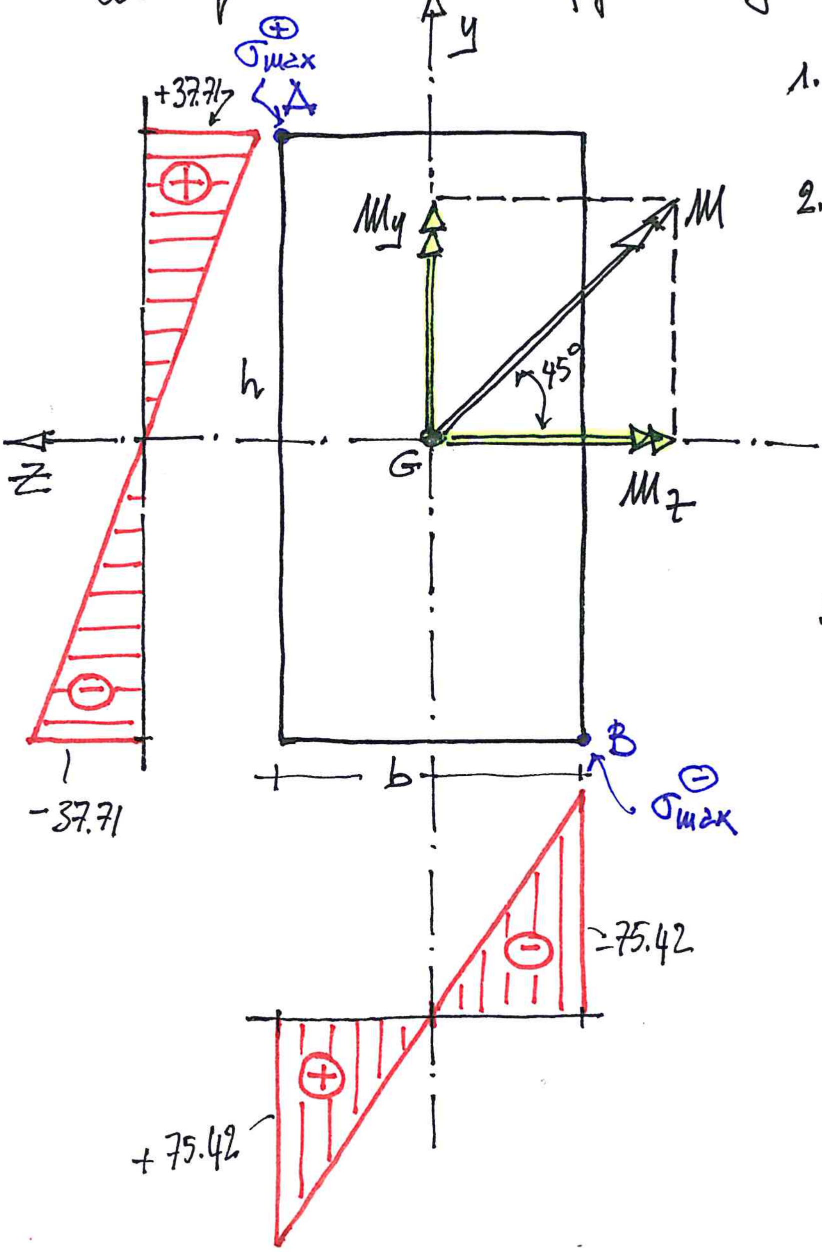
$\mathcal{M} = 120000$ daN cm

La sezione in esame è soggetta ad una sollecitazione di flessione deviata! L'asse di sollecitazione s-s infatti non coincide con un asse principale centrale d'inerzia della sezione.

P. FUSCHI
A. PISANO

La determinazione delle tensioni può condursi scomponendo la coppia applicata secondo gli assi principali centrali d'inerzia della sezione, studiando le due sollecitazioni di flessione retta così individuate e applicando infine il principio di sovrapposizione degli effetti.

Con riferimento alla figura seguente si ha:



1. $M_y = M_z = M \frac{\sqrt{2}}{2} = 84852{,}81$ daN cm

2. Si calcolano inoltre i momenti principali centrali d'inerzia:

$$I_y = \frac{1}{12} h b^3 = \frac{1}{12} 30 \cdot 15^3 = 8437.5 \text{ cm}^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} b h^3 = \frac{1}{12} 15 \cdot 30^3 = 33750 \text{ cm}^4$$

3. Considerando le due flessioni rette indotte da M_y ed M_z si ha:

$$\sigma_x^{(M_y)} = \frac{M_y}{I_y} z \Rightarrow |\sigma_{max}| = \frac{84852{,}81}{8437{,}5} \cdot \underbrace{\frac{b}{2}}_{7.5} = 75{,}42 \text{ daN/cm}^2$$

$$\sigma_x^{(M_z)} = \frac{M_z}{I_z} \cdot y \Rightarrow |\sigma_{max}| = \frac{84852{,}81}{33750} \cdot \underbrace{\frac{h}{2}}_{15} = 37.71 \text{ daN/cm}^2$$

4. Sovrapponendo gli effetti si ha:

$$|\sigma_{max}^{\ominus}| = \sigma_{max}^{\oplus} = 113{,}13 \text{ daN/cm}^2$$

attinte nei punti A e B in figura!

P. FUSCHI
A. PISANO

Si può inoltre tracciare il diagramma delle tensioni risultanti. A tal fine si determina la posizione dell'asse neutro (baricentrico) della flessione deviata che, nel riferimento principale centrale (x, y), ha equazione:

$$\sigma_x = \sigma_x^{(M_y)} + \sigma_x^{(M_z)} = \phi .$$

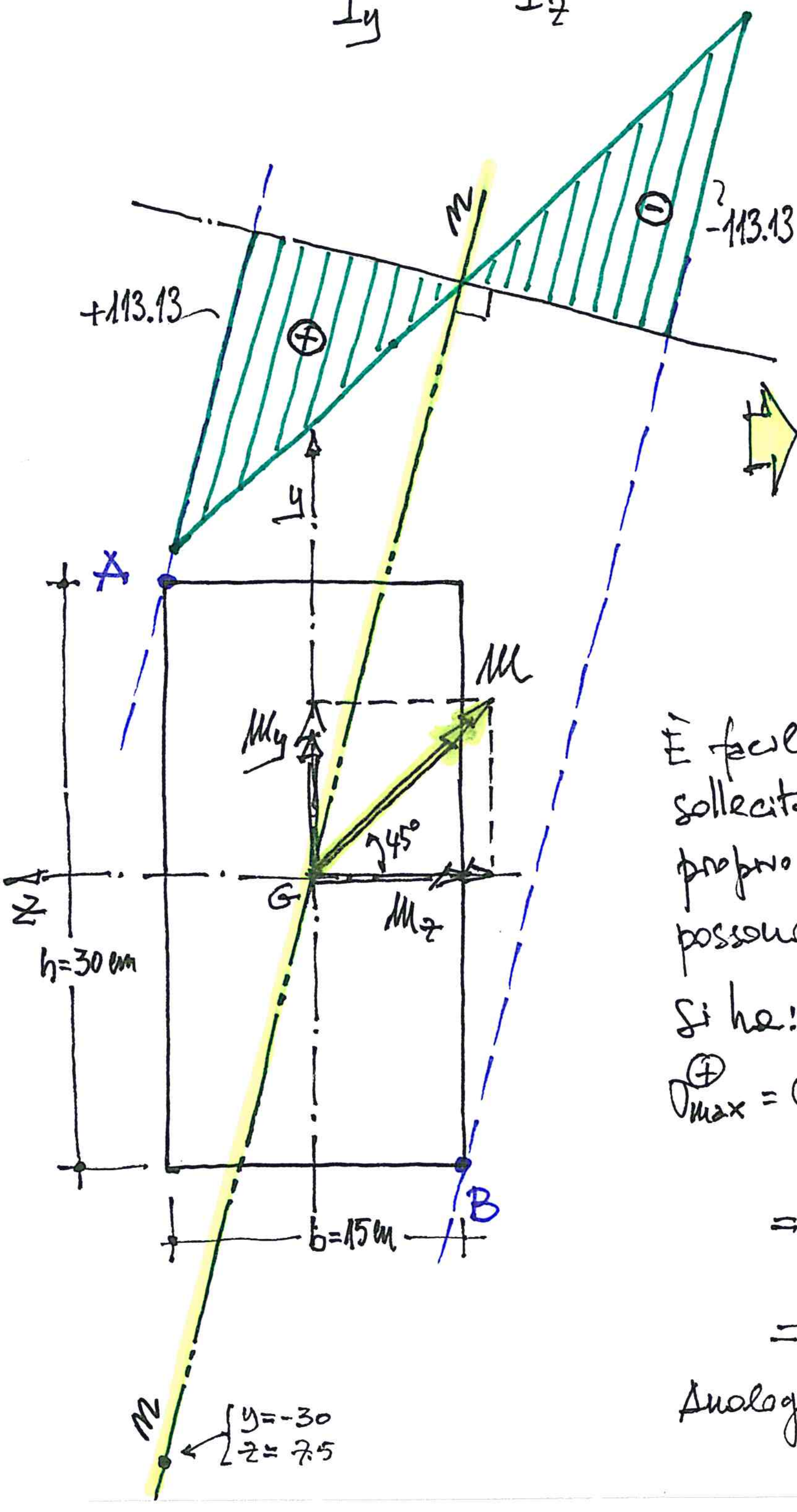
Considerando un punto nel quadrante positivo (x e $y > 0$) dove le σ_x dovute a M_y e M_z sono entrambe positive la precedente può scriversi:

$$\frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y = 0 .$$

Quest'ultima, tenendo conto che nel caso in esame $M_y = M_z$, fornisce:

$$y = -\frac{I_z}{I_y} z = \frac{-33750}{8437.5} \cdot z =$$

$$= -4 \cdot z \begin{cases} \text{per } z = \phi & y = \phi \\ \text{per } z = 7.5 & y = -30 \end{cases}$$



In figura si è tracciato l'asse neutro n-n e, perpendicolarmente ad esso, la fondamentale del diagramma delle tensioni risultanti!

È facile verificare che i punti più sollecitati (più lontani da n-n) sono proprio i punti A e B sui quali si possono valutare i valori massimi di σ_x.

Si ha:

$$\sigma_{max}^{\oplus} = \sigma_x^{(A)} = \sigma_x \Big|_{\substack{y=15 \\ z=7.5}} =$$

$$= \frac{84852,81}{8437.5} \cdot 7,5 + \frac{84852,81}{33750} \cdot 15 =$$

$$= 75,42 + 37,71 = 113,13 \ \text{daN/cm}^2$$

Analogamente per $\sigma_{max}^{\ominus} = \sigma_x^{(B)}$.