

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Fisica Matematica**
Anno Accademico 2017/2018 – Appello del 17.1.2018

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

In un piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo di massa m e raggio R , che rotola senza strisciare lungo l'asse Ox, e da un punto materiale P di massa m libero di scorrere con attrito lungo l'asse Oy. Sul sistema agiscono:

- I) una molla di costante elastica $h > 0$ collegante il baricentro G del disco e il punto P;
- II) una forza costante $\mathbf{F} = F \mathbf{k}$ applicata nel punto T appartenente al bordo del disco, con \mathbf{k} versore perpendicolare al piano del disco;
- III) un momento $\mathbf{M} = h (\mathbf{GT} \times \mathbf{OH})$, agente sul disco, con H punto di contatto tra disco e asse Ox.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando il disco si trova nel piano Oxy con T sull'asse verticale Oy, con G avente velocità $\mathbf{v}_G = v_0 \mathbf{i}$, $v_0 > 0$, mentre P si trova sul semiasse positivo Oy a distanza R da O e con velocità $\mathbf{v}_P = u_0 \mathbf{j}$, $u_0 < 0$, \mathbf{i} e \mathbf{j} versori degli assi, Ox e Oy, rispettivamente. **(4 punti)**
Posto, quindi, $mg = hR$
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(4 punti)**

Quesiti (ogni risposta esatta vale due punti)

1. In un piano Oxy ruotante uniformemente intorno all'asse Oy, una lamina omogenea rettangolare è vincolata con un lato lungo a a ruotare intorno all'asse fisso Oy. Il sistema di forze assifughe agenti sulla lamina è riducibile a:

- i) zero; ii) un vettore applicato; iii) una coppia; iv) un vettore e una coppia.

2. Data un'asta omogenea di lunghezza L che si muove con un vertice vincolato ad una circonferenza di raggio $2L$, dire quante componenti hanno le relative reazioni vincolari:

- i) una; ii) due; iii) tre; iv) quattro.

3. Data una sfera omogenea di raggio R , dire quanti assi centrali d'inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto posto sulla sua superficie:

- i) zero; ii) uno; iii) due; iv) tre.

4. Dato un disco omogeneo vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida rettilinea, con H punto di contatto, la formula ottimale per il calcolo del momento della quantità di moto è:

- i) $\underline{\sigma}_G \omega$; ii) $\underline{\sigma}_H \omega$; iii) $\mathbf{OH} \times M \mathbf{v}_H$; iv) il 2° teorema di Koenig.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Fisica Matematica**
Anno Accademico 2017/2018 – Appello del 31/01/2018

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Un punto materiale Q di massa m è vincolato a muoversi nel piano orizzontale Oxy sulla circonferenza di centro O e raggio R. Un altro punto materiale P di massa m si muove con attrito lungo l'asse verticale Oz, collegato al punto Q da una molla di costante elastica $h > 0$. Sul punto Q, inoltre, agiscono una molla di costante elastica $k > 0$ e centro l'origine degli assi, e una forza repulsiva $\underline{F} = kQ'Q$ essendo Q' la proiezione di Q sull'asse Ox. Supponendo il sistema ruotante uniformemente intorno all'asse Oz con velocità angolare costante ω , determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(8 punti)**
 - ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema materiale all'istante iniziale quando il punto materiale Q si trova nel punto $T = (R, 0, 0)$ con velocità $\underline{v}_Q(0) = u_0 \hat{j}$, $u_0 > 0$, \hat{j} versore dell'asse Oy, mentre il punto materiale P si trova sul semiasse positivo Oz a distanza $2R$ da O con velocità $\underline{v}_P(0) = v_0 \hat{k}$, $v_0 < 0$ e \hat{k} versore dell'asse Oz. **(4 punti)**
- Nell'ipotesi che anche il punto P si muova senza attrito, calcolare:
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale studiandone la stabilità; **(7 punti)**
 - iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di 2 punti ciascuno

1. Data un sistema di vettori applicati piani a risultante nullo, dire se esso è riducibile a:
i) zero ii) un vettore applicato iii) una coppia iv) un vettore e una coppia
2. Data una circonferenza omogenea avente centro O e raggio R, dire quanti assi centrali d'inerzia sono anche principali rispetto ad un punto appartenente al piano della circonferenza ed esterno ad essa:
i) uno ii) due iii) tre iv) nessuno
3. Dati due punti materiali P e Q di masse m_P e m_Q vincolati a scorrere lungo l'asse orizzontale Ox. Dire quale formula ottimale usereste per calcolare l'energia cinetica totale ($G =$ baricentro del sistema):
i) $\frac{1}{2} m_Q v_Q^2$ ii) $\frac{1}{2} (m_P + m_Q) v_G^2$ iii) $\frac{1}{2} m_P v_P^2$ iv) $\frac{1}{2} m_P v_P^2 + \frac{1}{2} m_Q v_Q^2$
4. Dato un parallelepipedo rettangolo omogeneo vincolato per un suo spigolo all'asse fisso orizzontale Ox della terna di riferimento Oxyz. Supponendo la terna ruotante uniformemente con velocità angolare costante ω attorno all'asse Oy, dire quale formula ottimale usereste per calcolare il potenziale assifugo ($I_x, I_y =$ momenti d'inerzia rispetto all'asse indicato, $M =$ massa totale, $G =$ baricentro, G' e G'' proiezioni di G sull'asse Ox e Oy, rispettivamente):
i) $\frac{1}{2} M \omega^2 |G'G|^2$ ii) $\frac{1}{2} I_x \omega^2$ iii) $\frac{1}{2} M \omega^2 |G''G|^2$ iv) $\frac{1}{2} I_y \omega^2$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM – **Fisica Matematica**
Anno Accademico 2017/2018 – Appello del 21.2.2018

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Una lamina quadrata OABC di lato L, avente densità di massa nel generico punto P data da $\mu(P) = 2m/L^3|P'P|$, con P' proiezione di P sul lato OC, è vincolata con il lato OC all'asse verticale fisso liscio Oy di un sistema di riferimento Oxyz. Sul sistema materiale agiscono:

I) una molla di costante elastica $h > 0$ applicata nel vertice B della lamina e centro il punto Q di coordinate $(2L, 2L, 0)$;

II) un momento $\mathbf{M} = 2h(\mathbf{OA} \times \mathbf{OA}')$, con A' proiezione di A sull'asse Ox.

Determinare:

i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**

i) ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando la lamina è disposta nel piano Oxy con il punto A avente velocità $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{k}$, $u_0 > 0$ e \mathbf{k} versore dell'asse Oz; **(4 punti)**

iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(7 punti)**

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio stabile. **(4 punti)**

Quesiti (ogni risposta esatta vale due punti)

1. Dato un sistema di vettori applicati con invariante scalare non nullo, esso è riducibile a:

i) zero; ii) un vettore applicato; iii) una coppia; iv) un vettore e una coppia.

2. Data una lamina omogenea avente la forma di un semicerchio, dire quanti assi centrali d'inerzia sono anche assi principali rispetto ad un punto proiezione del vertice sul diametro di base:

i) zero; ii) uno; iii) due; iv) tre.

3. Data una lamina omogenea rettangolare vincolata con un lato qualsiasi ad un asse scorrevole liscio, dire quante sono le componenti delle reazioni vincolari:

i) due; ii) tre; iii) quattro; iv) cinque.

4. Dato un corpo omogeneo di forma conica e di massa M, vincolato a muoversi con il vertice Q fisso, dire qual è la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica ($G =$ baricentro, $\boldsymbol{\omega} =$ velocità angolare):

i) $\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$; ii) $\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_Q \boldsymbol{\omega})$; iii) il 3° teorema di König; iv) $\frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$.

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

Quesiti a risposta aperta

Nel piano verticale Oxy, un'asta omogenea AB di lunghezza L e massa 2m è vincolata con l'estremo A ad un punto posto a distanza L da O dell'asse verticale fisso liscio Oy. Una molla di costante elastica $h > 0$ collega l'estremo B ad un punto Q posto sull'asse Oy a distanza 2L da O. Inoltre, sul sistema, agisce una coppia di forze di momento $\mathbf{M}=(2h/3)(\mathbf{OAxAB})$.

Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente intorno all'asse Oy con velocità angolare ω , determinare:

i) la, o le, equazioni pure del moto; **(9 punti)**;

ii) le reazioni vincolari all'istante iniziale, quando l'asta è disposta nel primo quadrante e parallela all'asse Ox con l'estremo B avente velocità $\mathbf{v}_B = u_0\mathbf{j}$, $u_0 > 0$ e \mathbf{j} versore dell'asse Oy. **(4 punti)**

Inoltre, posto $hL = mg = m\omega^2L$,

iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema, studiandone la stabilità; **(7 punti)**

iv) le reazioni vincolari in una posizione di equilibrio stabile. **(3 punti)**

Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno

1. Dato un cono omogeneo, dire quanti assi centrali sono principali rispetto al suo vertice:

i) zero

ii) uno

iii) due

iv) tre

2. Data un'asta rigida AB omogenea, i cui estremi sono vincolati a scorrere, rispettivamente, A sull'asse Oy, e B sull'asse Ox di un sistema Oxy, dire quante sono le componenti delle reazioni vincolari:

i) due

ii) tre

iii) quattro

iv) cinque

3. Dato un disco vincolato a rotolare senza strisciare nel piano Oxy lungo la guida rettilinea Ox, dire qual è la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica (H punto di contatto tra disco e guida, G baricentro del disco):

i) $\frac{1}{2} I_{Hz}\omega^2$

ii) $\frac{1}{2} I_{Gz}\omega^2$

iii) $\frac{1}{2} Mv_G^2 + \frac{1}{2} I_{Gz}\omega^2$

iv) il 3° teorema di Koenig

4. Nello studio della stabilità, una posizione d'equilibrio è detta stabile se il potenziale ha la matrice Hessiana:

i) con tutti gli autovalori negativi

ii) con il determinante negativo

iii) con tutti gli autovalori positivi

iv) con il determinante positivo

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA :

FIRMA: