

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria  
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**  
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 3/9/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

**Quesiti a risposta aperta**

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un'asta omogenea OA di massa  $m$  e lunghezza  $2L$ , vincolata con l'estremo O all'origine di un sistema di riferimento Oxyz, e da un punto materiale Q di massa  $m$  vincolato a scorrere con attrito lungo l'asse verticale Oy. Una molla di costante elastica  $h > 0$  collega il punto Q al baricentro dell'asta. Sul sistema agisce, inoltre, un momento  $\mathbf{M} = h (\mathbf{OQ} \times \mathbf{G}'\mathbf{G})$ , con  $\mathbf{G}'$  proiezione del baricentro dell'asta sull'asse Oy.

Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente intorno all'asse Oy, determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(11 punti)**
  - ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema all'istante iniziale quando il punto Q si trova a distanza  $L$  da O con velocità  $\mathbf{v}_Q = w_0 \mathbf{j}$ ,  $w_0 < 0$ , mentre l'asta è disposta lungo l'asse verticale Oy con l'estremo A avente velocità  $\mathbf{v}_A = u_0 \mathbf{i}$ , essendo  $u_0 > 0$ ,  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  versori, rispettivamente, degli assi Ox ed Oy; **(4 punti)**
- Posto, quindi,  $mg = hL = m\omega^2 L$ , determinare:
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
  - iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(3 punti)**

**Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno**

1. Dato un disco vincolato bilateralmente a rotolare senza strisciare all'interno di un guscio semi-sferico, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) uno                      ii) due                      iii) tre                      iv) cinque

2. Data una lamina omogenea a forma di triangolo equilatero, dire quanti assi centrali d'inerzia sono noti a priori:

- i) nessuno                      ii) uno                      iii) due                      iv) tre

3. Dato un corpo rigido con punto fisso O, dire qual è la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica:

- i)  $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_O^2$                       ii)  $\sum_i \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2$                       iii)  $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot (\boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega})$                       iv) il 3° teorema di Koenig

4. Un'asta ha il proprio baricentro vincolato a muoversi in un piano: individuare la (o le) equazioni pure del moto (ECD = Equazione Cardinale della Dinamica):

- i) la 2<sup>a</sup> ECD                      ii) la 2<sup>a</sup> ECD proiettata normalmente al piano  
iii) la 1<sup>a</sup> ECD proiettata sul piano e la 2<sup>a</sup> ECD                      iv) la 1<sup>a</sup> ECD proiettata sul piano

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria  
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**  
Anno Accademico 2013/2014 – Appello del 19/09/2014

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manuale di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

**Quesiti a risposta aperta**

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da due punti materiali P e Q entrambi di massa m. Il punto P è vincolato a muoversi su una circonferenza di centro O e raggio R, mentre il punto Q sull'asse orizzontale Ox.

Sul sistema agiscono:

I) una molla elastica di costante positiva  $h > 0$  collegante i due punti materiali;

II) una seconda molla elastica di costante positiva  $k > 0$  agente su Q e centro un punto fisso H del semiasse positivo Ox, distante  $2R$  da O;

III) Una forza costante  $\mathbf{F} = -4kR \mathbf{i}$  agente su P ( $\mathbf{i}$  versore dell'asse Ox).

Supponendo il piano Oxy ruotante uniformemente attorno all'asse verticale Oy con velocità angolare costante  $\omega$  ed il vincolo in Q scabro, determinare:

i) le equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**

ii) le reazioni vincolari all'istante iniziale agenti sul sistema, quando i due punti materiali P e Q sono situati sull'estremo del diametro giacente sul semiasse positivo Ox con velocità iniziale  $\mathbf{v}_P(0) = u_0 \mathbf{j}$  e  $\mathbf{v}_Q(0) = w_0 \mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  versore dell'asse verticale Oy ( $u_0 < 0$  e  $w_0 > 0$ ). **(4 punti)**

Nel caso in cui i vincoli sono perfetti e le costanti del moto legate dalle relazioni:  $h = m\omega^2 = 2k$  ed  $mg = 3kR$ , determinare:

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(8 punti)**

iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema materiale, in una posizione d'equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

**Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno**

1. Dati tre vettori, dire quando il loro prodotto misto è nullo: i) due vettori sono ortogonali, ii) due vettori sono paralleli, iii) i tre vettori sono linearmente indipendenti, iv) i tre vettori sono ortogonali

2. Quattro punti materiali non allineati sono vincolati a muoversi rigidamente nello spazio. Indicare il numero dei gradi di libertà del sistema materiale:

i) sei

ii) tre

iii) otto

iv) quattro

3. Dato un sistema materiale con due piani di simmetria materiali indipendenti  $\pi_1$  e  $\pi_2$ , dire dove si trova il baricentro: i) ad una retta perpendicolare al piano  $\pi_2$  ii) sul piano  $\pi_1$

iii) in un punto esterno ai due piani

iv) sulla retta intersezione dei due piani

4. Data un'asta omogenea vincolata a muoversi con il proprio baricentro G sull'asse Ox di un piano Oxy. Dire quale formula ottimale usereste per calcolare la relativa energia cinetica ( $m$  = massa totale,  $\omega$  = velocità angolare dell'asta,  $\mathbf{v}_G$  = velocità del baricentro):

i)  $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2$ ,    ii)  $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} \omega \bullet (\underline{\sigma}_G \omega)$ ,    iii)  $\frac{1}{2} \omega \bullet (\underline{\sigma}_G \omega)$ ,    iv)  $\frac{1}{2} m \mathbf{v}_G^2 + \frac{1}{2} I_{z_G} \omega^2$

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione *on-line* in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria  
Dipartimento DICEAM – **Meccanica Razionale**  
Anno Accademico 2014/2015 – Appello del 14/01/2015

La prova consta di 4 Quesiti a risposta chiusa e 4 Quesiti a risposta aperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. Non è permesso consultare testi od appunti, al di fuori del manabile di Matematica. Per i quesiti a risposta chiusa, la risposta a ciascuno di essi va scelta esclusivamente tra quelle già date nel testo, con una X sul numeretto relativo. Una sola è la risposta corretta; qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta aperta, il cui punto i) è obbligatorio, lo studente dovrà ricavare ed indicare la risposta nei due fogli a quadretti allegati. I punteggi per ciascun quesito sono dichiarati sul testo. L'esito finale della prova è determinato dalla somma algebrica dei punteggi parziali.

**Quesiti a risposta aperta**

In un piano verticale Oxy, un sistema materiale è costituito da un punto materiale P di massa m, vincolato a traslare con attrito lungo la curva di equazione  $x = 4R$  e  $z = 0$ , e da un disco omogeneo, di massa m e raggio R, vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse Ox di un sistema di riferimento Oxyz. Sul baricentro C del disco agisce una molla di costante elastica  $h > 0$ , con centro un punto fisso Q posto sull'asse Oy a quota  $4R$  rispetto ad O, mentre un'altra molla, di costante elastica  $k > 0$ , collega C col punto materiale P. Sul disco agiscono inoltre una forza costante  $\mathbf{F} = -4kR \mathbf{i}$ , applicata al baricentro C, con  $\mathbf{i}$  versore dell'asse Ox, ed un momento  $\mathbf{M} = h(\mathbf{HT} \times \mathbf{OH})$ , con H punto di contatto tra disco e guida e T punto appartenente al bordo del disco coincidente con H all'istante iniziale.

Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(10 punti)**
- ii) le reazioni vincolari agenti sul sistema quando il punto P è su Ox con velocità  $\mathbf{v}_P = v_0 \mathbf{j}$ , con  $v_0 < 0$  e  $\mathbf{j}$  versore dell'asse Oy, mentre il disco è con il baricentro C sull'asse verticale Oy avente velocità  $\mathbf{v}_C = u_0 \mathbf{i}$ ,  $u_0 > 0$ . **(4 punti)**

Posto, quindi,  $hR = kR = mg$ , calcolare:

- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale; **(7 punti)**
- iv) le reazioni vincolari agenti sul sistema in una posizione di equilibrio a scelta. **(4 punti)**

**Quesiti a risposta chiusa del valore di due punti ciascuno**

1. Dato un disco vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse Ox di un sistema di riferimento Oxyz traslante con accelerazione costante lungo la direzione dell'asse Ox, dire se il sistema di forze apparenti è riducibile a:

- i) zero;
- ii) un vettore applicato;
- iii) una coppia;
- iv) un vettore e una coppia.

2. Data un sistema omogeneo formato da due aste identiche saldate a formare una croce, dire quanti assi centrali sono noti a priori:

- i) nessuno;
- ii) uno;
- iii) due;
- iv) tre.

3. Data una lamina quadrata omogenea vincolata a scorrere con un suo vertice su un asse fisso, dire quanti gradi di libertà possiede:

- i) cinque;
- ii) quattro;
- iii) tre;
- iv) due.

4. Data un'asta vincolata con un suo estremo A ad un supporto fisso, individuare la formula ottimale per il calcolo dell'energia cinetica (dove G indica il baricentro):

- i)  $\frac{1}{2} M v_G^2$ ;
- ii)  $\frac{1}{2} M v_A^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$ ;
- iii)  $\frac{1}{2} M v_G^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$ ;
- iv)  $\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{K}_A$ .

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

