1. Verificare se esistono dei parametri λ e μ per i quali risulti continua in $x = 0$ la funzione:
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{\lambda^2 x} - 1}{\sin(\lambda^3 x)}, & \text{se } x > 0; \\ 1, & \text{se } x = 0; \\ \dfrac{\arctan((\mu - \mu^2 + 1)x)}{\tan(x)}, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

2. Studiare, al variare del parametro reale λ, il carattere della seguente serie:
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1 - |\lambda|)^n}.$$
Nei casi in cui converge, calcolarne la somma.

3. Data la funzione
$$f(x) = xe^{-x}$$
determinare:
   1) l'equazione della retta tangente al grafico nel punto di ascissa $x_0 = 0$;
   2) i polinomi di Taylor di ordine 1 e 2 centrati nel punto $x_0 = 0$;
   3) gli intervalli di convessità e di concavità ed eventuali punti di flesso.

4. Calcolare l'area delimitata dal grafico della funzione
$$f(x) = (\sin x - \sin^2 x) \cos x$$
dalle rette $x = 0$, $x = \pi$ e $y = 0$.

5. Data la funzione
$$f(x) = \begin{cases} |1 + |x||, & \text{se } x \leq 0; \\ |1 - \cos(x)|, & \text{se } 0 < x \leq 1; \\ \sqrt{|\left(e^{x - x^2}\right)|}, & \text{se } x > 1, \end{cases}$$
determinare:
   - l'insieme di definizione D_f, di continuità e di derivabilità di f.
   - gli intervalli di monotonia;
   - $f(Df)$ ed eventuali punti di estremo locale e globale in D_f;
   - eventuali punti di estremo locale e globale nell'intervallo [-2; 1];
   - verificare se f soddisfa le ipotesi del Teorema di Lagrange nell'intervallo [0;1].
   - verificare se f è iniettiva nell'intervallo $(-\infty, 0)$.
   - stimare il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 8$.

Punti: 1. vale 5=2+2+1; 2. vale 4=2+1+1; 3. vale 4=1+1+2; 4. vale 5=1+4; 5. vale 12=2+2+2+2+2+1+1.

Cognome e Nome. . . . .