1. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \max\{5, -\ln(|x|)\}, & \text{se } x < -5; \\ |x+1|, & \text{se } x \leq 0; \\ |(x^2 - |x|) + 2|, & \text{se } 0 < x < 1; \\ |(1 - e^{-x})^+|, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

   determinare:

   - l'insieme di definizione D_f.
   - gli intervalli di monotonia;
   - $f(Df)$ ed eventuali punti di estremo locale e globale nel suo dominio naturale;
   - eventuali punti di estremo locale e globale nell'intervallo [-2; 1];
   - verificare se f è iniettiva nell'intervallo $(-\infty, 0)$.
   - stimare il numero delle soluzioni dell'equazione $f(x) = 8^{-10}$.
   - gli intervalli di concavità e convessità ed eventuali punti di flesso.

2. Tracciare il grafico di $-f$, f^+, f^-, $|f(x)|$, $f(|x|)$, $f(x \pm c)$, $f(x) \pm c$ e $\frac{x \pm c}{|x \pm c|} f(x)$, dove $c \in \{-1, 1, 2\}$. Per ciascuna di tali funzioni, rispondere ai quesiti di cui al punto 1.

3. Alcune proposte:

$$f_1(x) = \begin{cases} \left|\frac{|x|}{x^2-1}\right|, & \text{se } x < 0; \\ |x^2 - |x||, & \text{se } 0 < x < 1; \\ |(1 - \frac{1}{x})^-|, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

$$f_1(x) = \begin{cases} (1 - \frac{1}{x^2})^+, & \text{se } x < 0; \\ |\ln(|x|)|, & \text{se } 0 < x < 1; \\ \left|\frac{|x|-1}{4-|x|}\right|, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

$$f_3(x) = \begin{cases} (1 - \frac{1}{x^3})^-, & \text{se } x < 0; \\ |\sin(|x|)|, & \text{se } 0 < x < 1; \\ \left[(e^x - 1)^+ + 1\right] \frac{x-3}{|x-3|}, & \text{se } x \geq 1. \end{cases}$$

4. Riepilogo di alcuni esercizi proposti in aula:

   $h_1(x) = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|}(|x| + 1)$,

   $h_2(x) = \frac{x^2-x}{|x^2-x|}|x|^3$,

   $h_3(x) = \frac{x-1}{|x-1|}|e^x - 1|$.

5. Lo Studente proponga, a suo piacere, un nuovo esercizio utilizzando gli schemi di cui al punto 1 e 2.

Cognome e Nome...............................