

Quesito sulla Meccanica Lagrangiana

In un piano verticale Oxy un sistema materiale è costituito da un’asta AB omogenea di massa m e lunghezza L vincolata per l’estremo A a scorrere lungo l’asse orizzontale Ox . Sul sistema agiscono:

I) Una molla elastica di costante positiva $h > 0$ collegante l’estremo A dell’asta all’origine O degli assi;

II) una seconda molla elastica di costante positiva $k > 0$ applicata nell’estremo B e centro un punto fisso Q situato sul semiasse verticale positivo Oy a distanza $2L$ da O ;

III) una coppia di forze avente momento $\underline{M} = h(AB \times B'B)$, essendo B' la proiezione di B sull’asse Ox . Supponendo il piano Oxy fisso ed il vincolo in A scabro, determinare:

i) la (o le) equazioni differenziali pure del moto del sistema materiale; **(9 punti)**

ii) Nell’ipotesi che i vincoli siano perfetti stabilire gli eventuali integrali primi del moto supponendo che all’istante iniziale, l’asta giace sul semiasse positivo Ox con A distante $2L$ dall’origine O ed il baricentro G avente velocità $\underline{v}_G(0) = u_0 \hat{i} + w_0 \hat{j}$ essendo, \hat{i} e \hat{j} i versori rispettivamente degli assi Ox e Oy ($u_0 > 0$ e $w_0 < 0$). **(4 punti)**

In fine nel caso in cui le costanti del moto siano legate dalla relazione $h = k = \frac{mg}{2L}$ g modulo del vettore accelerazione di gravità, calcolare:

iii) tutte le posizioni d’equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(6 punti)**

iv) le piccole oscillazioni del sistema materiale, in una posizione d’equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

Quesito sulla Meccanica del Continuo N. __ (8 punti)

- 1) Conseguenze del principio d’indifferenza materiale nel caso dei corpi elastici
- 2) Principio d’indifferenza materiale in termoelasticità
- 3) Equazioni di campo della termoelasticità
- 4) Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità
- 5) Principio di dissipazione in elasticità
- 6) Equazioni dell’elasticità lineare isotropa, onde piane e velocità di propagazione
- 7) Fluidi dissipativi di Fourier - Navier - Stokes
- 8) Principio di entropia per un fluido
- 9) Fluidi di Eulero comprensibili, equazioni linearizzate e velocità del suono

Ai sensi del D.Lgs.30/06/2003, n.196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell’esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM
Compito di **Fisica Matematica per le Applicazioni**
Anno Accademico 2016/2017 – Appello del 28/06/2017

Quesito sulla Meccanica Lagrangiana

In un piano verticale Oxy , un sistema materiale è costituito da un disco omogeneo, di massa m e raggio R , vincolato a rotolare senza strisciare lungo l'asse orizzontale Ox . Una molla di costante elastica $k > 0$ collega il baricentro C del disco ad un punto fisso P posto sull'asse Ox a distanza $2R$ da O , mentre un'altra molla di costante elastica $h > 0$ collega C ad un punto fisso Q posto sull'asse Oy a distanza $2R$ da O . Sul disco agiscono una forza costante $\mathbf{F} = -2kR\mathbf{i}$, applicata in C , con \mathbf{i} versore di Ox , ed un momento $\mathbf{M} = k (\mathbf{HT} \times \mathbf{OH})$, con H punto di contatto tra disco e asse Ox , e T punto generico appartenente al bordo del disco. Determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(8 punti)**
- ii) gli eventuali integrali primi del moto supponendo che all'istante iniziale il sistema si trova con C a distanza πR dall'asse Oy e con velocità $\mathbf{v}_C = u_0 \mathbf{i}$. **(4 punti)**
Posto, ora, $h = k/2$, calcolare:
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(7 punti)**
- iv) le piccole oscillazioni del sistema materiale in una posizione di equilibrio stabile. **(3 punti)**

Quesito sulla Meccanica del Continuo N. __ (8 punti)

- 1) Conseguenze del principio d'indifferenza materiale nel caso dei corpi elastici
- 2) Principio d'indifferenza materiale in termoelasticità
- 3) Equazioni di campo della termoelasticità
- 4) Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità
- 5) Principio di dissipazione in elasticità
- 6) Equazioni dell'elasticità lineare isotropa, onde piane e velocità di propagazione
- 7) Fluidi dissipativi di Fourier - Navier – Stokes
- 8) Principio di entropia per un fluido
- 9) Fluidi di Eulero comprensibili, equazioni linearizzate e velocità del suono

Ai sensi del D.Lgs.30/06/2003, n.196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM
Compito di **Fisica Matematica per le Applicazioni**
Anno Accademico 2016/2017 – Appello del 12/07/2017

Quesito sulla Meccanica Lagrangiana

In un piano verticale Oxy , che ruota uniformemente attorno all'asse Oy con velocità angolare costante ω , un sistema materiale è costituito da un punto materiale P di massa m e da un'asta omogenea AB di massa $2m$ e lunghezza $2L$. Il punto materiale P è vincolato a muoversi con attrito sull'asse orizzontale Ox , mentre l'asta è vincolata nei punti A e B a traslare lungo due guide rettilinee verticali parallele r ed s passanti per $x=L$ ed $x=-L$, rispettivamente. Sul sistema agisce una molla elastica di costante positiva h , collegante P con il punto medio dell'asta AB . Determinare:

i) la, o le, equazioni differenziali pure del moto del sistema materiale. **(punti 8)**

Supponendo tutti i vincoli perfetti stabilire:

ii) gli eventuali integrali primi del moto nell'ipotesi che all'istante iniziale il baricentro dell'asta sia situato nell'origine O degli assi con velocità $v_G(0) = u_0 \hat{j}$ ($u_0 > 0$ e \hat{j} versore dell'asse Oy), mentre il punto materiale P giace sul semiasse positivo Ox a distanza $2L$ da O con velocità nulla. **(punti 4)**

Infine calcolare:

iii) tutte le posizioni d'equilibrio del sistema materiale, studiandone la stabilità; **(punti 7)**

iv) le piccole oscillazioni del sistema materiale attorno ad una posizione d'equilibrio stabile. **(punti 3)**

Quesito sulla Meccanica del Continuo N. __ (8 punti)

- 1) Conseguenze del principio d'indifferenza materiale nel caso dei corpi elastici
- 2) Principio d'indifferenza materiale in termoelasticità
- 3) Equazioni di campo della termoelasticità
- 4) Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità
- 5) Principio di dissipazione in elasticità
- 6) Equazioni dell'elasticità lineare isotropa, onde piane e velocità di propagazione
- 7) Fluidi dissipativi di Fourier - Navier - Stokes
- 8) Principio di entropia per un fluido
- 9) Fluidi di Eulero comprensibili, equazioni linearizzate e velocità del suono

Ai sensi del D.Lgs.30/06/2003, n.196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Università degli Studi “**Mediterranea**” di Reggio Calabria
Dipartimento DICEAM
Compito di **Fisica Matematica per le Applicazioni**
Anno Accademico 2016/2017 – Appello del 20/09/2017

Quesito sulla Meccanica Lagrangiana

In un piano verticale Oxy , un sistema materiale è costituito da un’asta omogenea AB di lunghezza $2L$, vincolata con il punto medio al punto C giacente sull’asse Oy a distanza L dall’origine O . Una molla di costante elastica $h > 0$ collega l’estremo B dell’asta all’origine O , e sul sistema, inoltre, agisce un momento $\mathbf{M} = h(\mathbf{CB} \times \mathbf{OC})$.

Supponendo il piano ruotante uniformemente intorno all’asse Oy , determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto del sistema materiale; **(9 punti)**
- ii) gli eventuali integrali primi del moto del sistema materiale all’istante iniziale quando l’asta è disposta lungo il semiasse positivo Oy con l’estremo B avente velocità $\mathbf{v}_B = u_0 \mathbf{i}$, essendo $u_0 > 0$ e \mathbf{i} il versore dell’asse Ox ; **(4 punti)**
- iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale studiandone la stabilità; **(7 punti)**
- iv) le piccole oscillazioni del sistema materiale in una posizione di equilibrio stabile. **(3 punti)**

Quesito sulla Meccanica del Continuo N. __ (8 punti)

- 1) Conseguenze del principio d’indifferenza materiale nel caso dei corpi elastici
- 2) Principio d’indifferenza materiale in termoelasticità
- 3) Equazioni di campo della termoelasticità
- 4) Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità
- 5) Principio di dissipazione in elasticità
- 6) Equazioni dell’elasticità lineare isotropa, onde piane e velocità di propagazione
- 7) Fluidi dissipativi di Fourier - Navier - Stokes
- 8) Principio di entropia per un fluido
- 9) Fluidi di Eulero comprensibili, equazioni linearizzate e velocità del suono

Ai sensi del D.Lgs.30/06/2003, n.196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell’esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA:

Quesito sulla Meccanica Lagrangiana

Un punto materiale Q di massa m è vincolato a muoversi lungo l’asse verticale Oy di un sistema di riferimento $Oxyz$. Un altro punto materiale P di massa m è vincolato a muoversi lungo la retta s di equazione $x = R, z = 0$, ed i due punti sono collegati da una molla di costante elastica $h > 0$. Sul punto P , inoltre, agisce una molla di costante elastica $k > 0$ e centro un punto H posto nel primo quadrante del piano Oxy e giacente sulla retta s , a distanza R dall’asse Ox . Supponendo tutti i vincoli perfetti, determinare:

- i) la, o le, equazioni pure del moto; **(9 punti)**
- ii) gli eventuali integrali primi del moto quando all’istante iniziale, i due punti Q e P sono sull’asse Ox , con Q in quiete mentre P ha velocità $v_P = u_0 \mathbf{j}$, essendo \mathbf{j} il versore dell’asse Oy ed $u_0 < 0$. **(4 punti)**
Inoltre, posto $h = k = mg/R$, calcolare:
 - iii) tutte le posizioni di equilibrio del sistema materiale studiandone la stabilità; **(6 punti)**
 - iv) le piccole oscillazioni del sistema materiale in una posizione di equilibrio stabile a scelta. **(3 punti)**

Quesito sulla Meccanica del Continuo N. __ (8 punti)

- 1) Conseguenze del principio d’indifferenza materiale nel caso dei corpi elastici
- 2) Principio d’indifferenza materiale in termoelasticità
- 3) Equazioni di campo della termoelasticità
- 4) Conseguenze del principio di entropia in termoelasticità
- 5) Principio di dissipazione in elasticità
- 6) Equazioni dell’elasticità lineare isotropa, onde piane e velocità di propagazione
- 7) Fluidi dissipativi di Fourier - Navier – Stokes
- 8) Principio di entropia per un fluido
- 9) Fluidi di Eulero comprensibili, equazioni linearizzate e velocità del suono

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell’esito della prova.

COGNOME:

NOME:

NUMERO DI MATRICOLA:

CORSO DI LAUREA:

FIRMA: