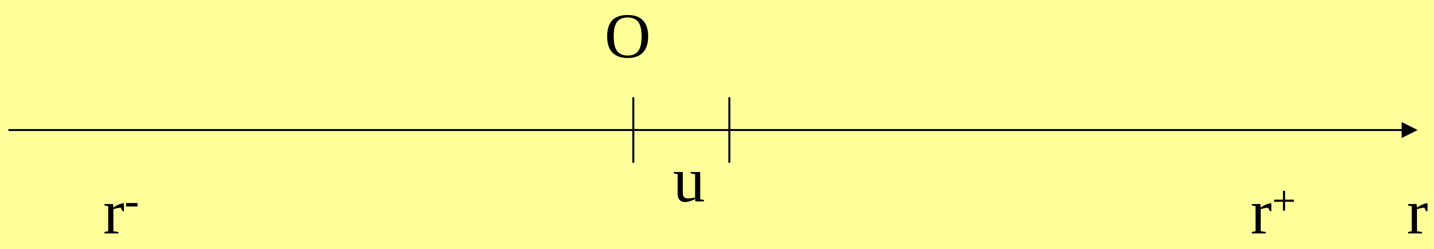
ASCISSA SOPRA UNA RETTA

Sia data una retta r, si fissi:

1) Un verso positivo di percorrenza
2) Un punto O detto Origine
3) Un segmento u detto unità di misura



ASSE DELLE ASCISSE

- Preso un punto P sull’asse delle ascisse, a P si può sempre associare $x_P \in R$, ovvero la misura del segmento OP, presa col segno + (-) se P appartiene al semiasse positivo (negativo) x_P è chiamata ascissa di P

- Viceversa, $\forall x \in R \ \exists!\ P \in r : x = x_P$.

- Esiste una corrispondenza biunivoca tra numeri reali e punti della retta.

COORDINATE CARTESIANE NEL PIANO

Date 2 rette r_1 e r_2 non parallele ed incidenti nel punto O, si fissi su ciascuna:

1) Un verso positivo di percorrenza
2) Una unità di misura

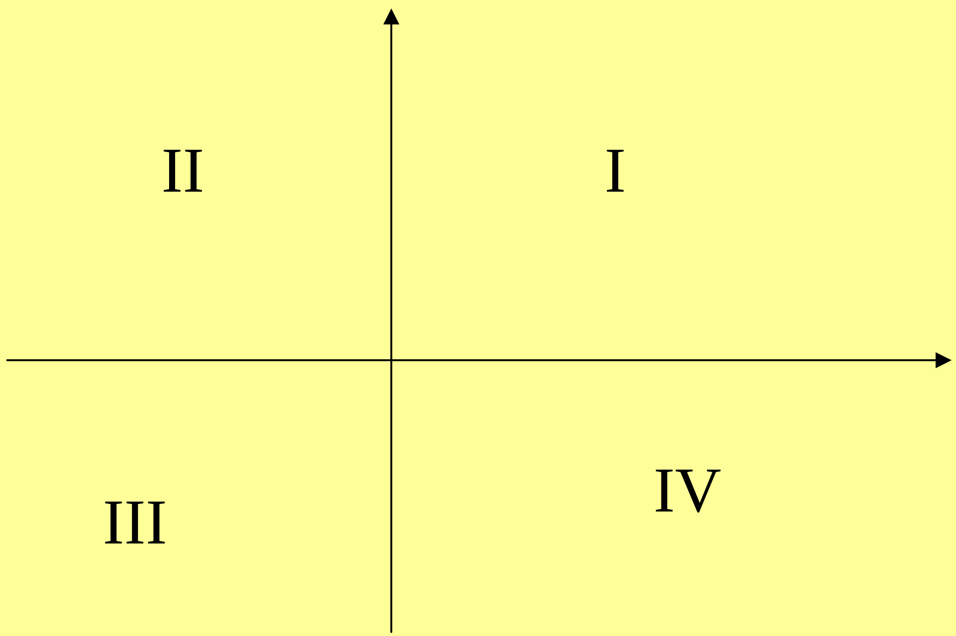
Si ottiene così un sistema di riferimento cartesiano

Ortogonale / obliquo

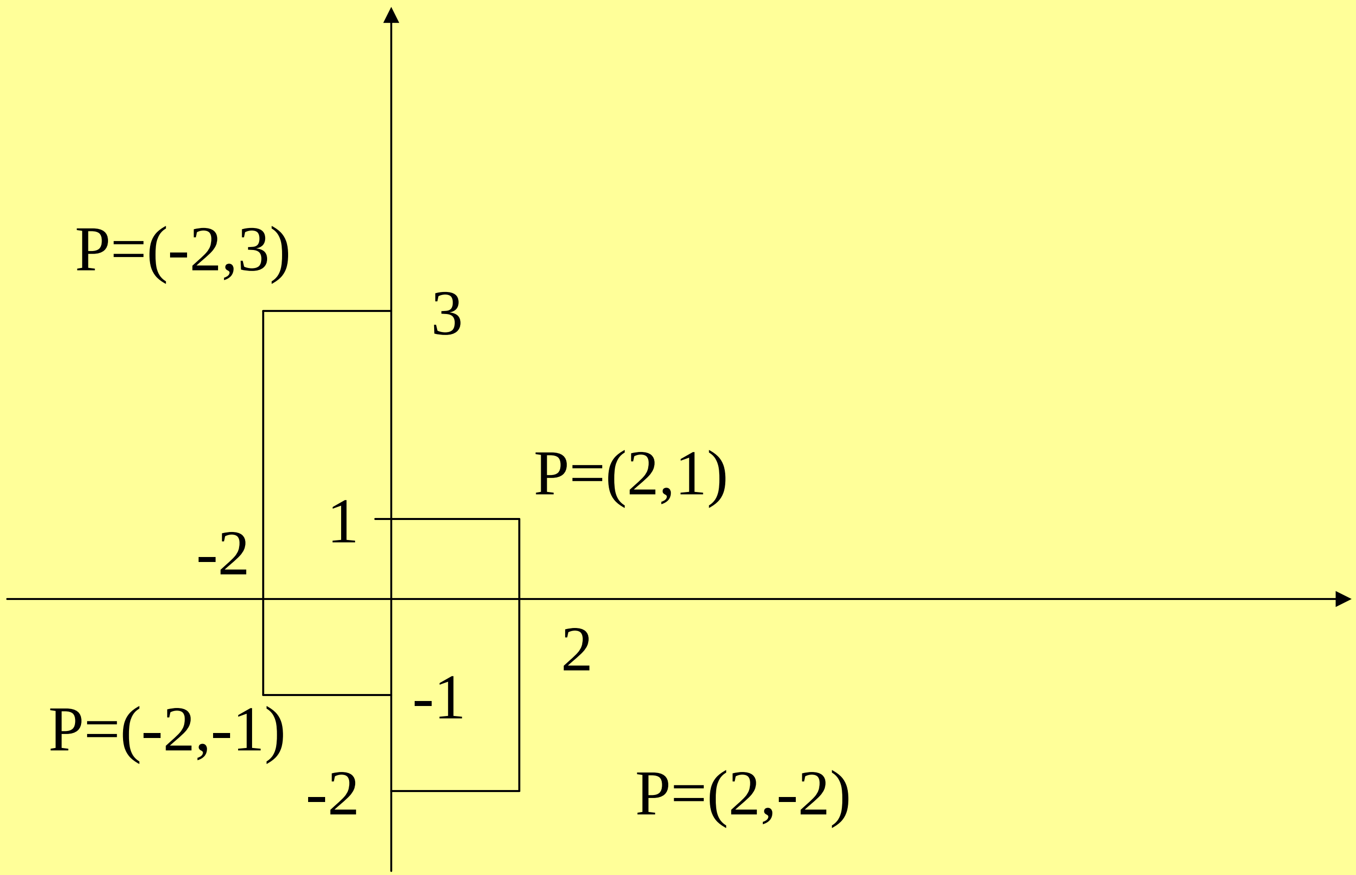
Monometrico / dimetrico

COORDINATE CARTESIANE NEL PIANO

- Si dimostra che ad ogni punto P del piano si può associare una coppia ordinata P=(x,y)



ESEMPIO

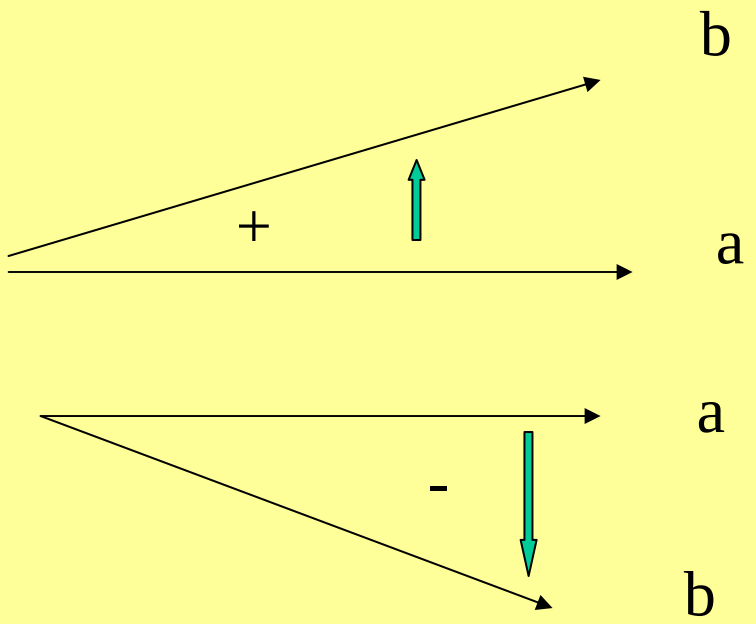


ANGOLO

- Prendiamo due semirette a e b aventi la stessa origine, il piano resta diviso in due parti, ciascuna delle quali viene detta angolo.

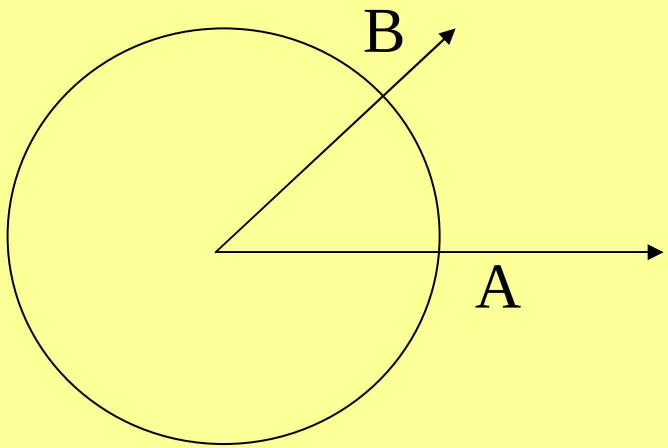
ANGOLO ORIENTATO

- Verso positivo di rotazione antiorario



ARCO

- La parte di circonferenza compresa tra i lati dell’angolo.



SISTEMI DI MISURA DI ANGOLI

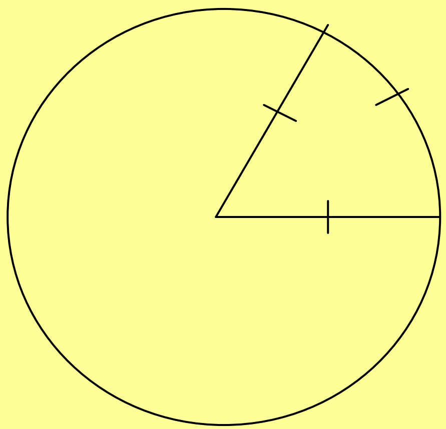
- SESSAGESIMALE:

  grado sessagesimale = la 360ª parte dell’angolo giro.
- CENTESIMALE:

  grado centesimale = la 400ª parte dell’angolo giro
- RADIANTE

RADIANTE

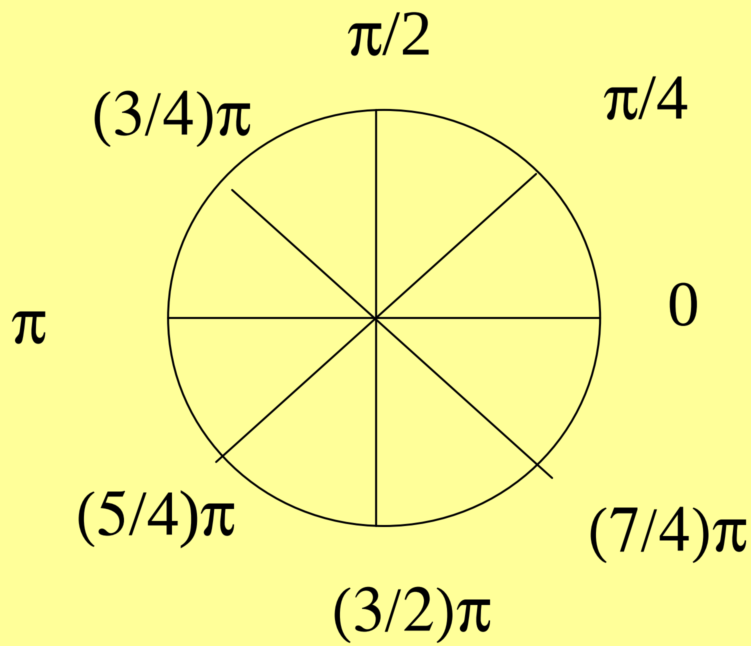
- L'angolo al centro che insiste su un arco che rettificato ha lunghezza pari al raggio.



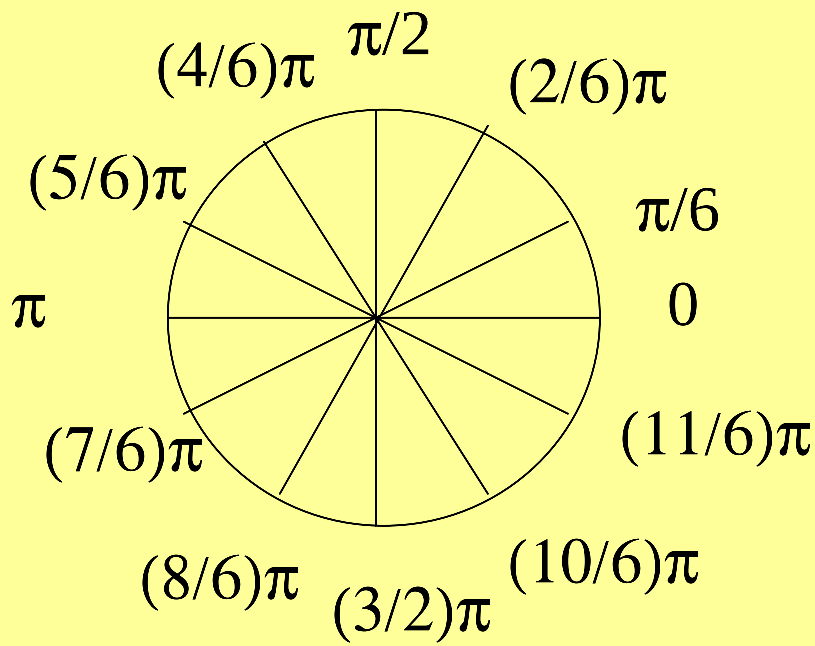
Misura in radianti di un angolo

- È uguale alla misura dell'arco diviso il raggio:
- Angolo giro = $2\pi r / r = 2\pi$
- Angolo piatto = $\pi r / r = \pi$
- Angolo retto = $\pi/2$

Misura in radianti di un angolo



Misura in radianti di un angolo



Misura in radianti di un angolo

- Per passare dal sistema sessagesimale a quello radiante:

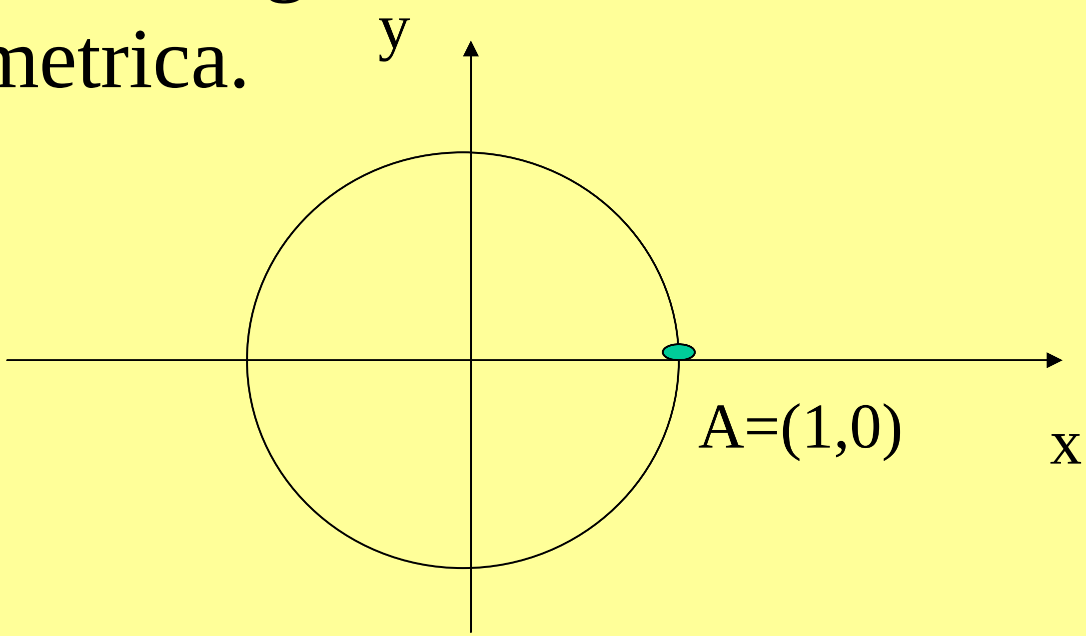
  $360 : 2\pi = \alpha_s : \alpha_r$

Ex: $360 : 2\pi = 20 : \alpha_r$

$\alpha_r = \pi/9$

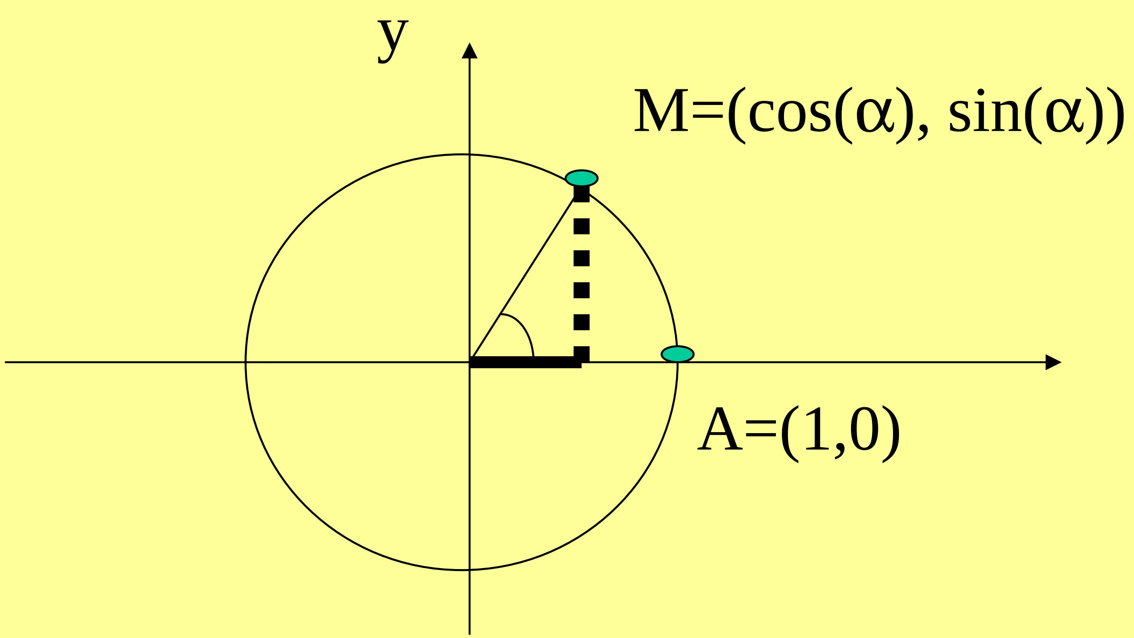
CIRCONFERENZA GONIOMETRICA

- Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano, la circonferenza con raggio 1 e centro nell'origine è detta circonferenza goniometrica.



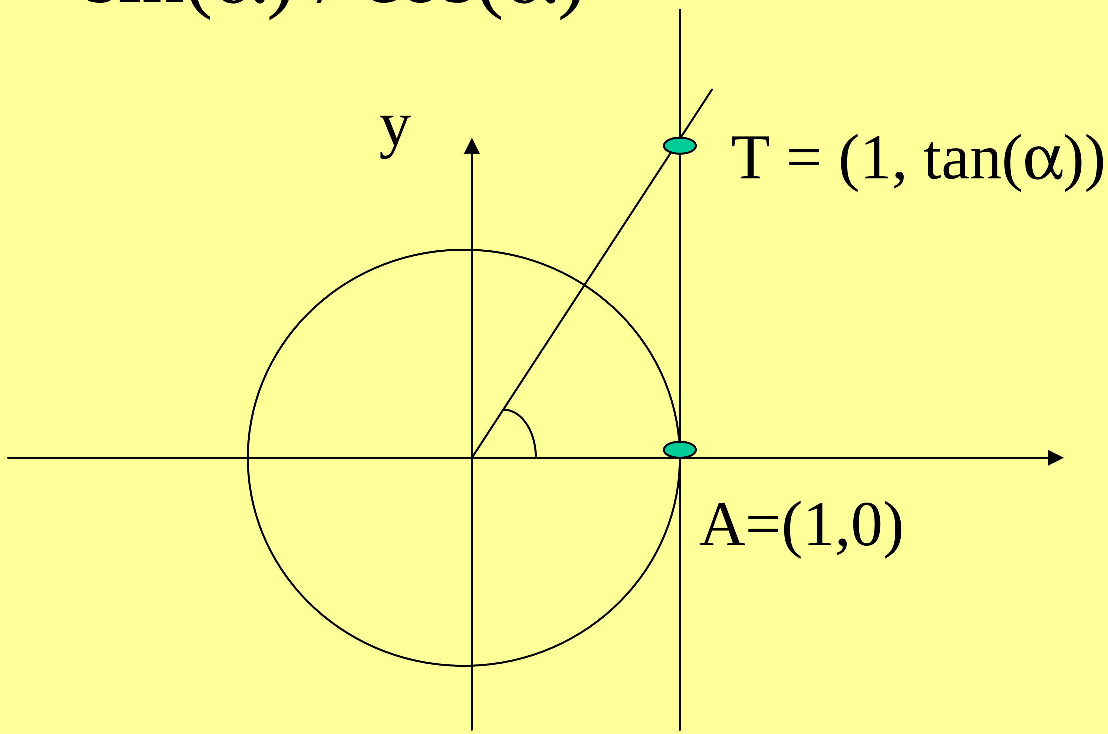
Seno e coseno

- Seno = ordinata del punto M
- Coseno = ascissa del punto M



Tangente

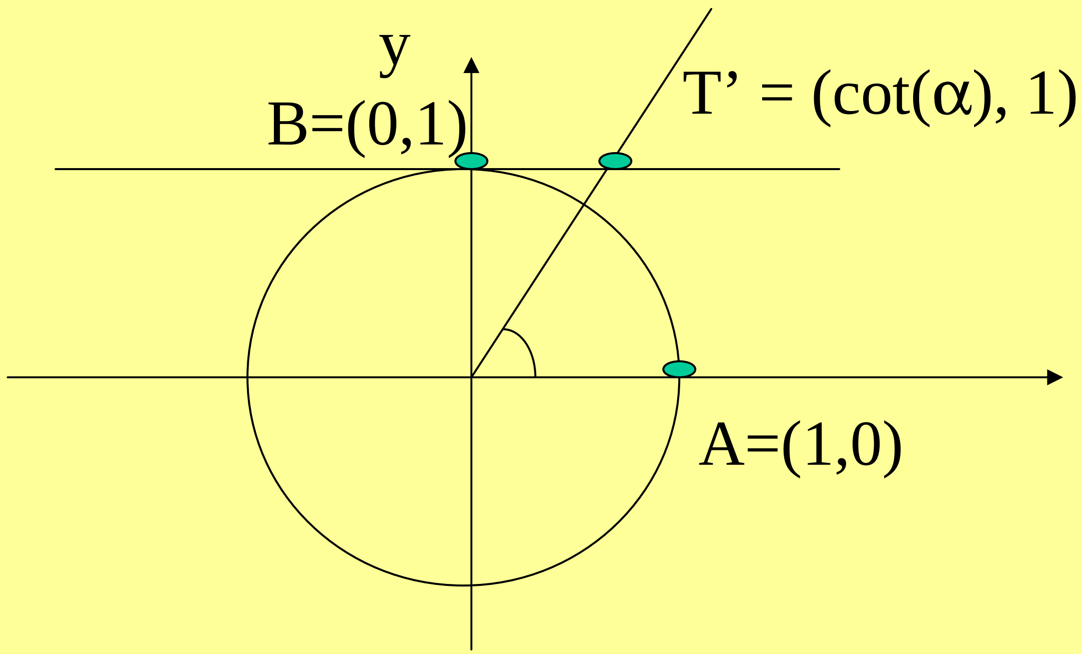
- Tangente = ordinata del punto T
- $\tan(\alpha) = \sin(\alpha) / \cos(\alpha)$



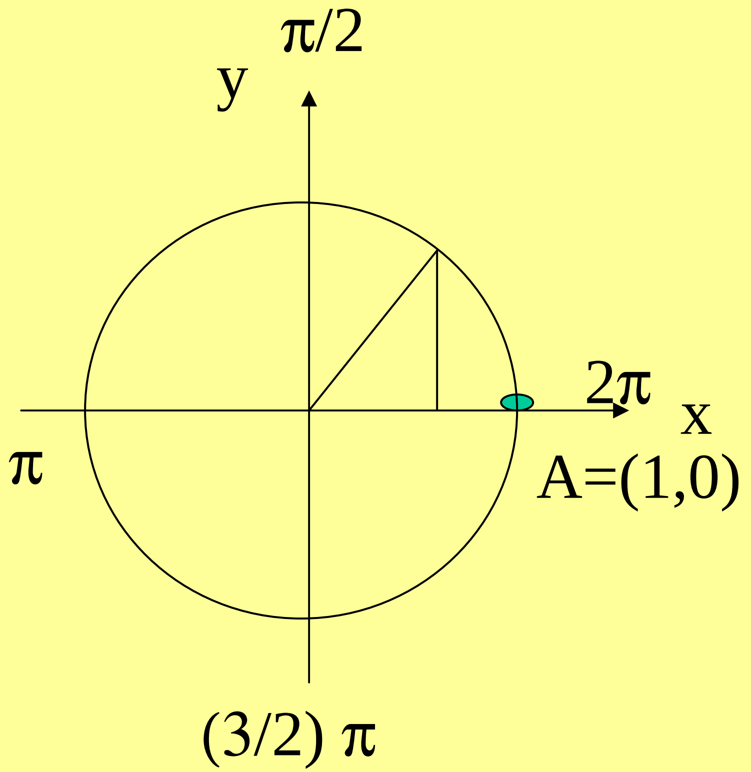
Cotangente

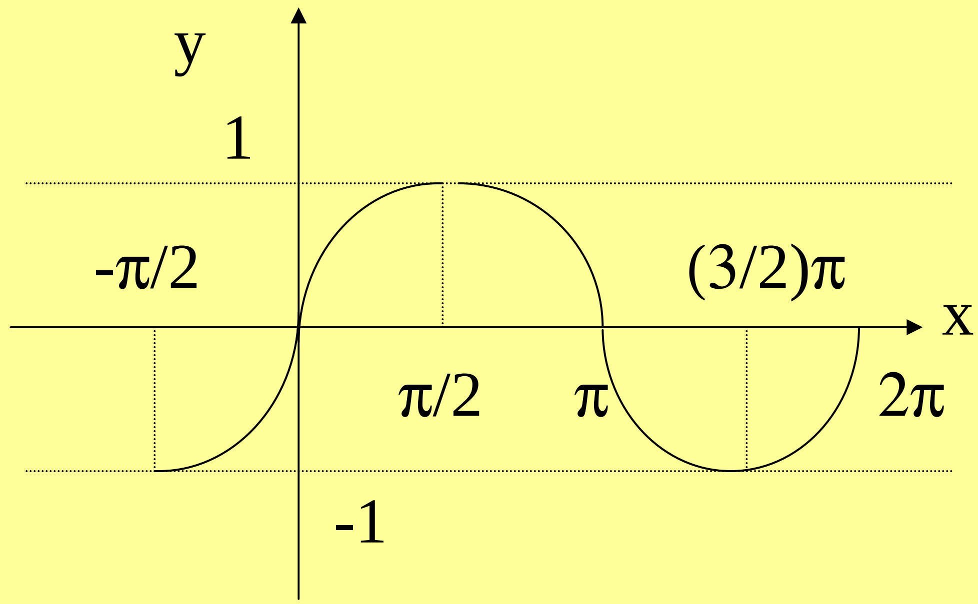
Cotangente = ascissa del punto T’

$\cot(\alpha) = 1 / \tan(\alpha) = \cos(\alpha) / \sin(\alpha)$



$f(x) = \sin(x)$

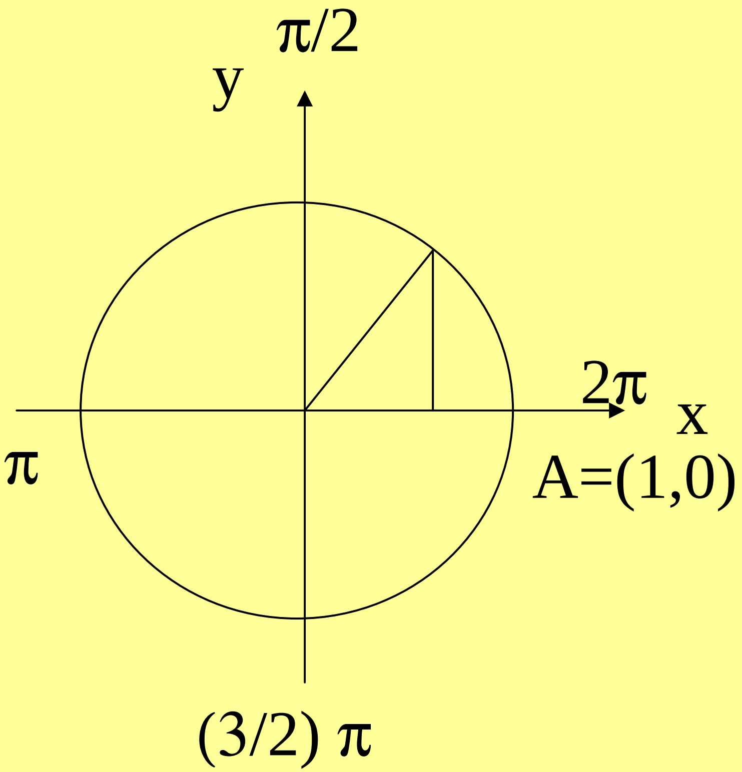


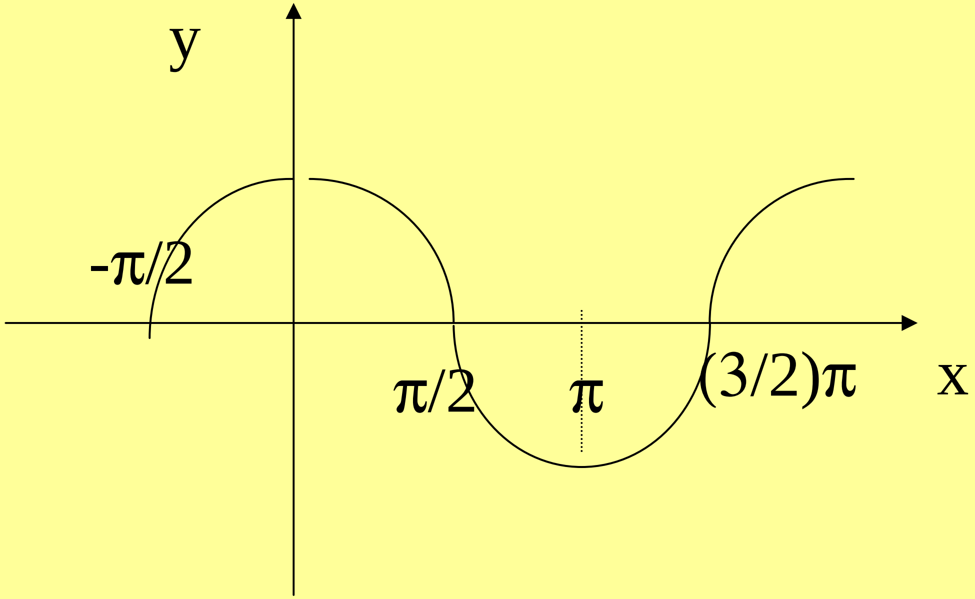


Funzione seno

- Dominio R
- Codominio [-1, 1]
- Periodica di periodo 2π

$y = \cos(x)$

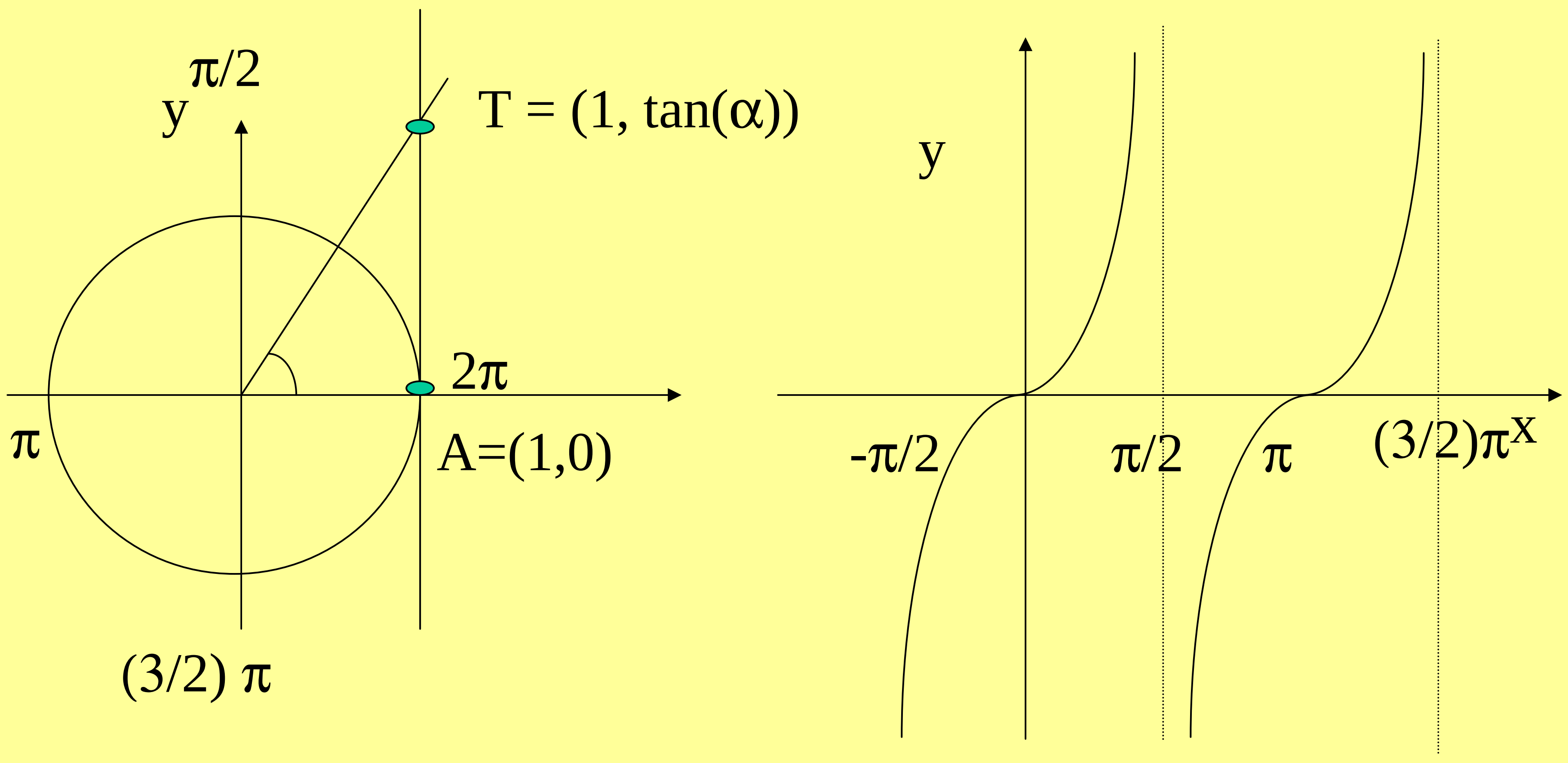




Funzione coseno

- Dominio R
- Codominio [-1, 1]
- Periodica di periodo 2π

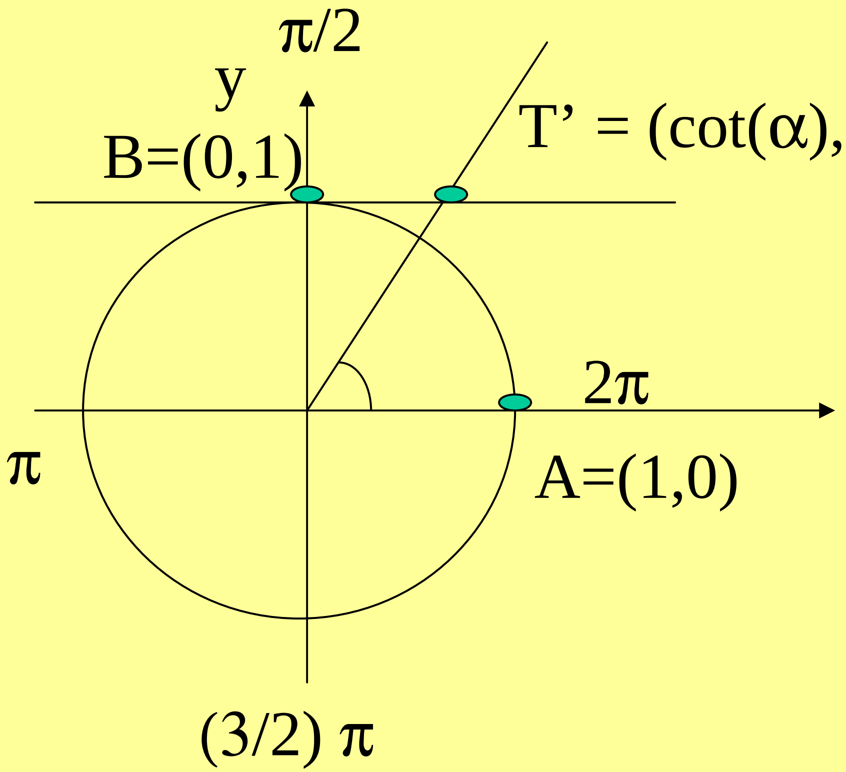
y = tan (x)

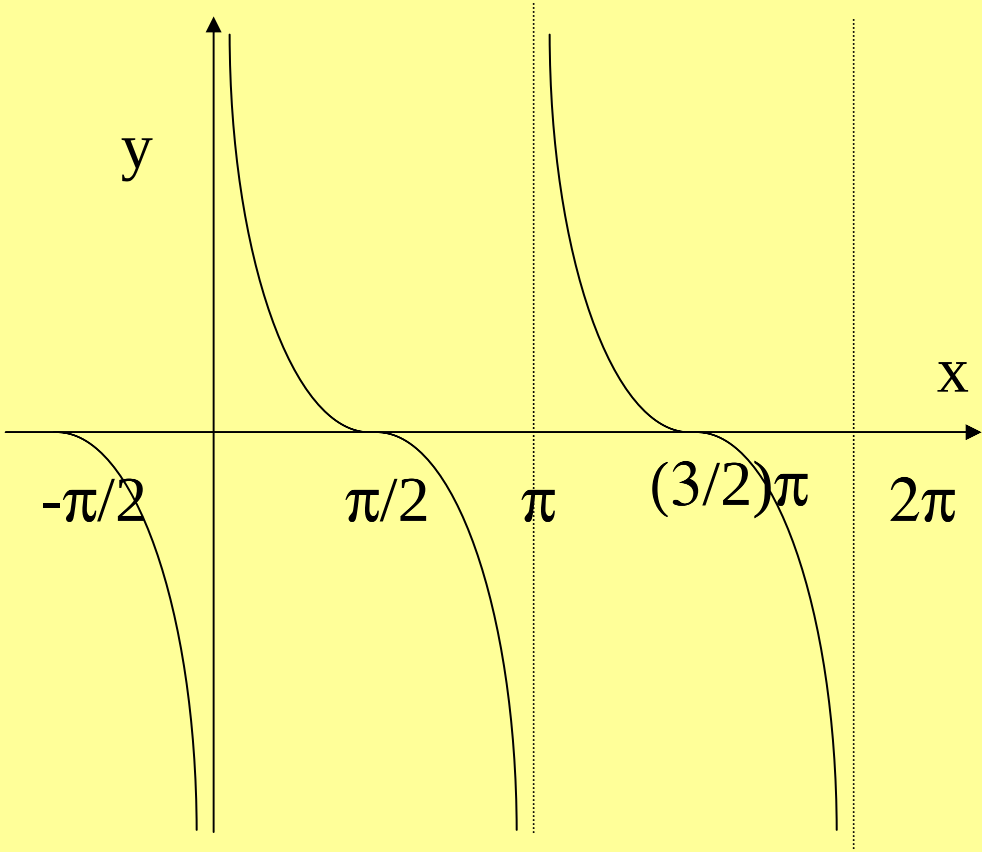


Funzione tangente

- Dominio = R \ $\{\pi/2 + k\pi\}$ k $\in$ Z
- Codominio = R
- Periodica di periodo π

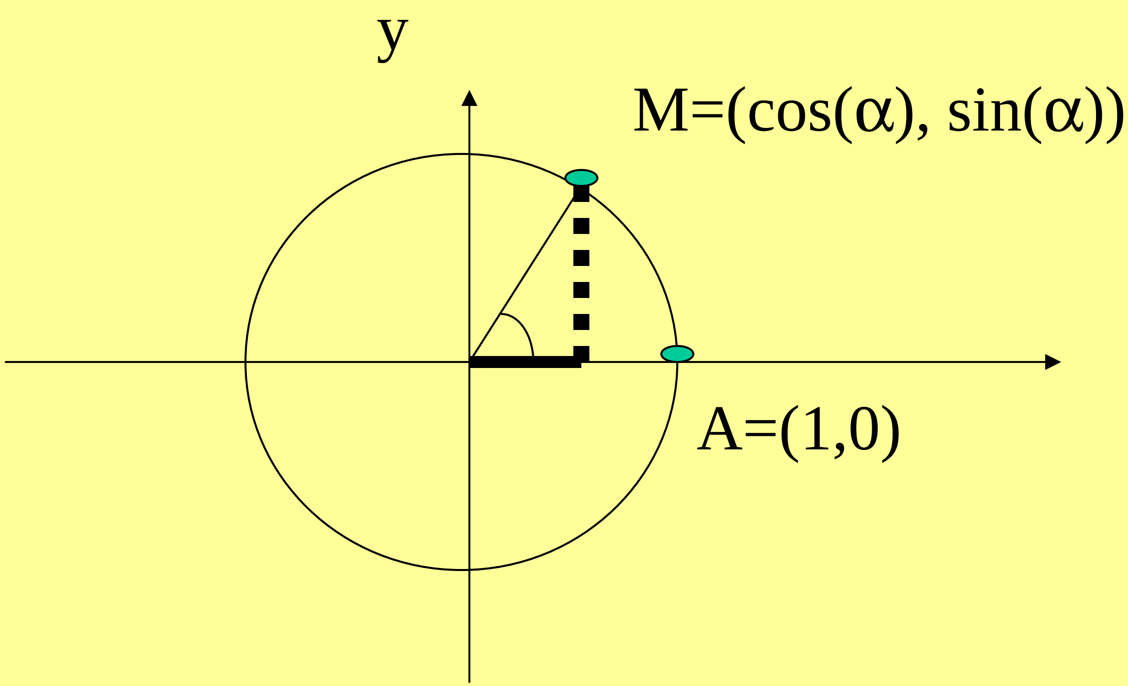
y = cot(x)





Relazione tra seno e coseno

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$



$$\sin(x) = \pm\sqrt{1-\cos^2(x)}$$

Relazione tra seno e coseno

- Esempi:

cos (x) = ½ $\quad x \in [0, \pi/2]$

$$\sin(x) = \sqrt{1 - 1/2^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \qquad x \in [\frac{\pi}{2}, \pi]$$

$$\cos(x) = -\sqrt{1 - \frac{2}{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Relazione tra seno, coseno e tangente

- $\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$

$$1+\tan^2(x)=\frac{1}{\cos^2(x)}$$

$$\cos^2(x)=\frac{1}{1+\tan^2(x)}$$

$$\cos(x)=\pm\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2(x)}}$$

Relazione tra seno, coseno e tangente

- $\sin(x) = \tan(x)\cos(x)$

$$\sin(x) = \pm\tan(x)\sqrt{\frac{1}{1+\tan^2(x)}}$$

Valori in archi particolari : π/6

$$\sin(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

$$\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(\frac{\pi}{6}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\cot(\frac{\pi}{6}) = \sqrt{3}$$

Valori in archi particolari: π/3

$$\sin(\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$$

$$\tan(\frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$$

$$\cot(\frac{\pi}{3}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Valori in archi particolari: π/4

$$\sin(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(\frac{\pi}{4}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan(\frac{\pi}{4}) = 1$$

$$\cot(\frac{\pi}{4}) = 1$$

ARCHI SUPPLEMENTARI

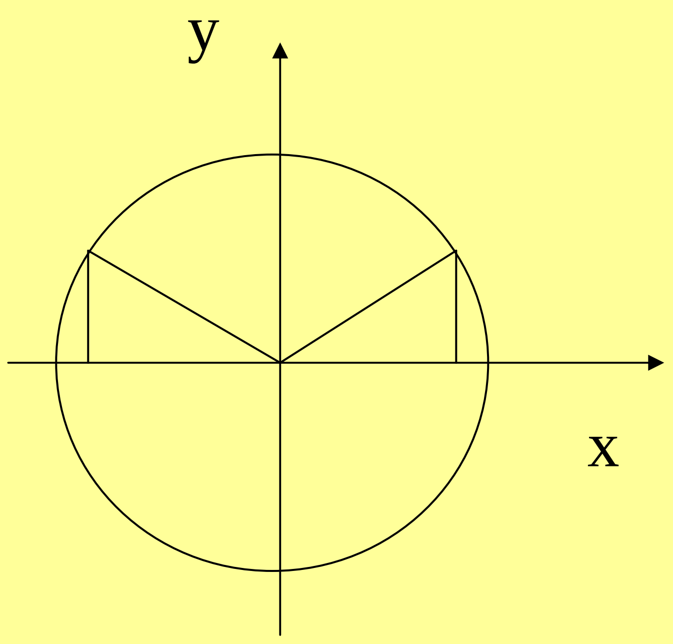
- La cui somma è π:

$\sin(\pi-\alpha) = \sin(\alpha)$

$\cos(\pi-\alpha) = -\cos(\alpha)$

$\tan(\pi-\alpha) = -\tan(\alpha)$

$\cot(\pi-\alpha) = -\cot(\alpha)$



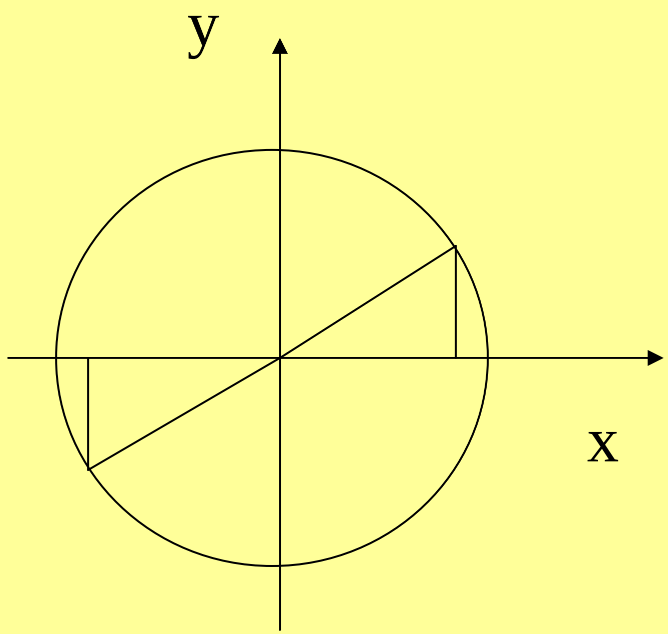
ARCHI che differiscono di π

$\sin(\pi+\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\cos(\pi+\alpha) = -\cos(\alpha)$

$\tan(\pi+\alpha) = \tan(\alpha)$

$\cot(\pi+\alpha) = \cot(\alpha)$



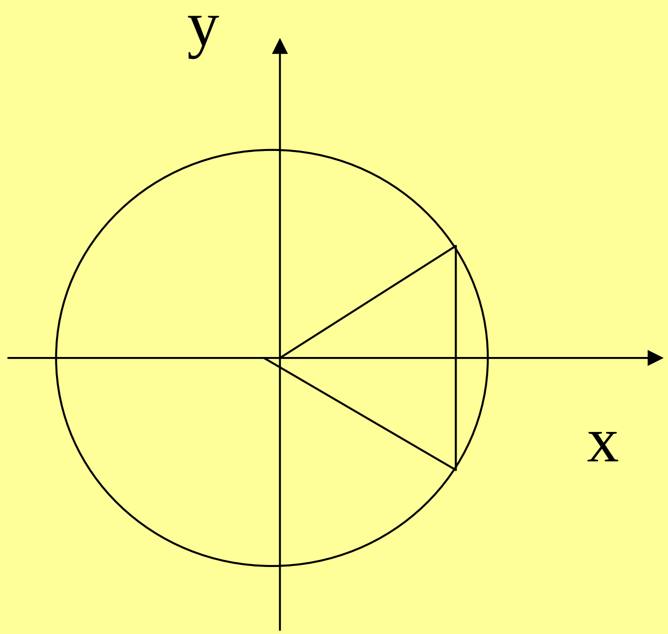
ARCHI la cui somma è 2π

$\sin(2\pi-\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\cos(2\pi-\alpha) = \cos(\alpha)$

$\tan(2\pi-\alpha) = -\tan(\alpha)$

$\cot(2\pi-\alpha) = -\cot(\alpha)$



ARCHI complementari

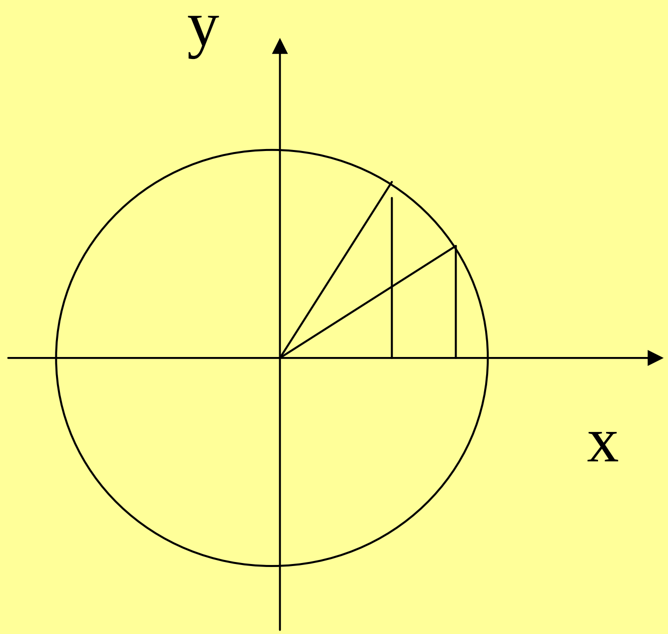
- La cui somma è $\pi/2$:

$\sin(\pi/2-\alpha) = \cos(\alpha)$

$\cos(\pi/2-\alpha) = \sin(\alpha)$

$\tan(\pi/2-\alpha) = \cot(\alpha)$

$\cot(\pi/2-\alpha) = \tan(\alpha)$



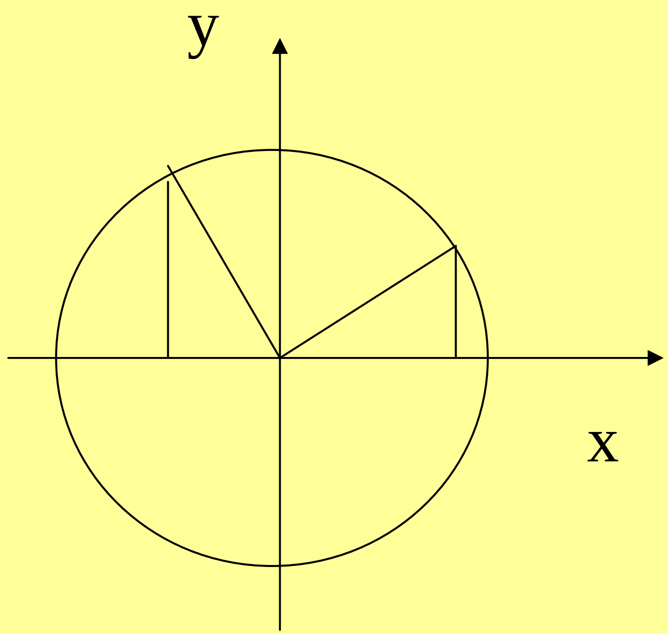
ARCHI che differiscono di $\pi/2$

$\sin(\pi/2+\alpha) = \cos(\alpha)$

$\cos(\pi/2+\alpha) = -\sin(\alpha)$

$\tan(\pi/2+\alpha) = -\cot(\alpha)$

$\cot(\pi/2+\alpha) = -\tan(\alpha)$



EQUAZIONI GONIOMETRICHE

- Equazioni in cui le variabili compaiono come argomento di funzioni goniometriche.

$$\sin(x) = a$$

$$\cos(x) = a$$

$\lvert a \rvert > 1$	impossibile
$a = 1$	1 soluzione fondamentale
$a = -1$	1 soluzione fondamentale
$-1 < a < 1$	2 soluzioni fondamentali

EQUAZIONI GONIOMETRICHE

$$\tan(x) = a$$

$$\cot(x) = a$$

Mai impossibile

1 soluzione fondamentale

ESEMPI

$\sin(x) = ½$

$x_1 = \pi/6 + 2k\pi$

$x_2 = (5/6)\,\pi + 2k\pi$

$$\cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$x_1 = \pi/4 + 2k\pi$

$x_2 = (7/4)\,\pi + 2k\pi$

ESEMPI

- $\tan(x) = 1$

  $x = \pi/4 + k\pi$

- $\cot(x) = -1$

  $x = (3/4)\pi + k\pi$