

Comunicazione 3 del 15 ottobre 2014*

1 - PRIMO MODULO - APPLICAZIONI DI GEOMETRIA DESCRITTIVA

Rappresentazione di piani

Un piano può essere individuato da due rette o da tre punti non allineati. Un piano α in proiezione ortogonale si rappresenta mediante le sue tracce, cioè le rette di intersezione del piano stesso con i piani di proiezione. La retta di intersezione del piano α con il Piano Orizzontale si definisce $t_{1\alpha}$; la retta di intersezione del piano α con il Piano Verticale si definisce $t_{2\alpha}$.

Piano inclinato ai piani di proiezione (piano generico)

Sia dato un piano α , inclinato ai piani di proiezione (fig. 26). Sul piano del disegno, le tracce risulteranno inclinate alla L.T.

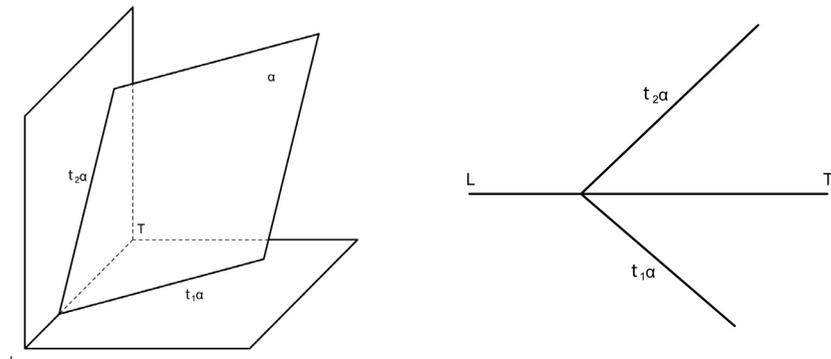


Fig. 26

Piano parallelo al piano verticale

Sia dato un piano α , parallelo al P.V. (fig. 27). La traccia $t_{1\alpha}$ è parallela alla L.T., mentre la traccia $t_{2\alpha}$ è all'infinito. Sul piano del disegno, si traccia solo $t_{1\alpha}$.

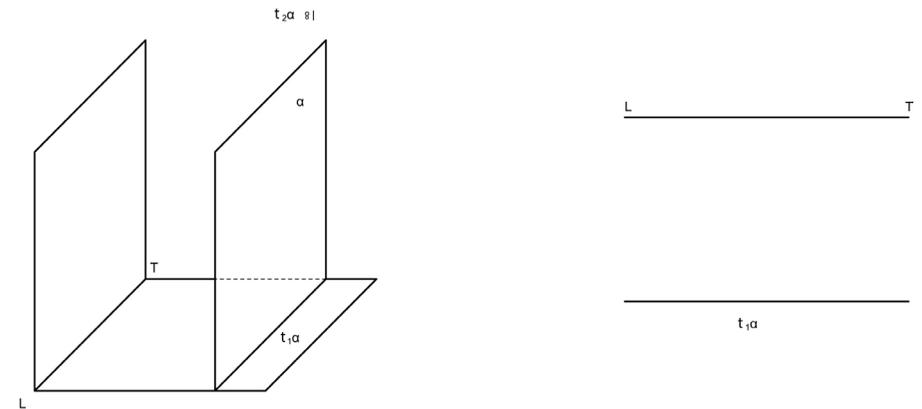


Fig. 27

Piano parallelo al piano orizzontale

Sia dato un piano α , parallelo al P.O. (fig. 28). La traccia $t_{2\alpha}$ è parallela alla L.T., mentre la traccia $t_{1\alpha}$ è all'infinito. Sul piano del disegno, si traccia solo $t_{2\alpha}$.

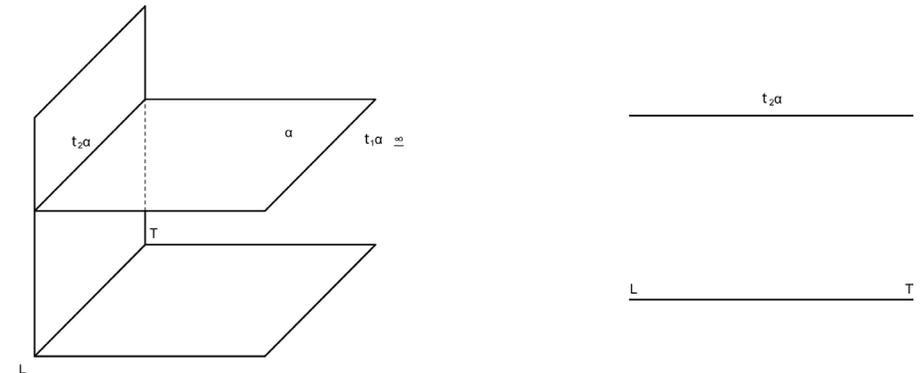


Fig. 28

* Il contenuto delle comunicazioni non corrisponde interamente a quello delle lezioni in aula. Rappresenta solo un promemoria per la verifica e l'approfondimento degli argomenti trattati.

Piano perpendicolare al piano orizzontale e inclinato al piano verticale

Sia dato un piano α , perpendicolare al piano orizzontale e inclinato al piano verticale (fig. 29). La traccia $t_1\alpha$ è inclinata alla L.T., mentre la traccia $t_2\alpha$ è perpendicolare alla L.T.

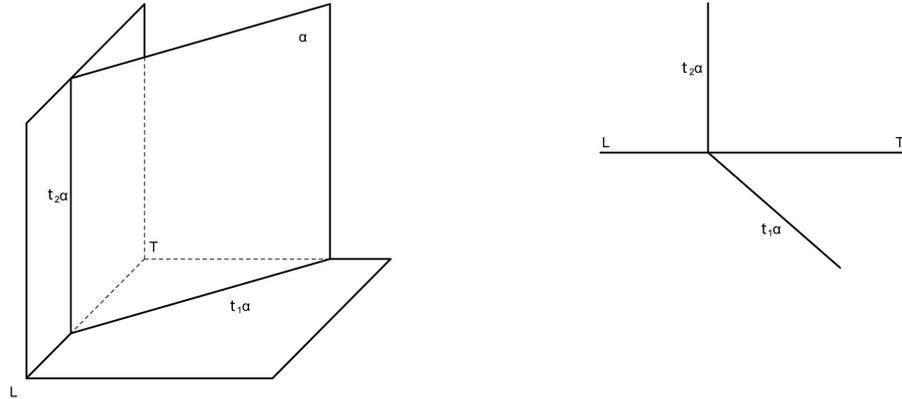


Fig. 29

Piano perpendicolare al piano verticale e inclinato al piano orizzontale

Sia dato un piano α , perpendicolare al piano verticale e inclinato al piano orizzontale (fig. 30). La traccia $t_1\alpha$ è perpendicolare alla L.T., mentre la traccia $t_2\alpha$ è inclinata alla L.T.

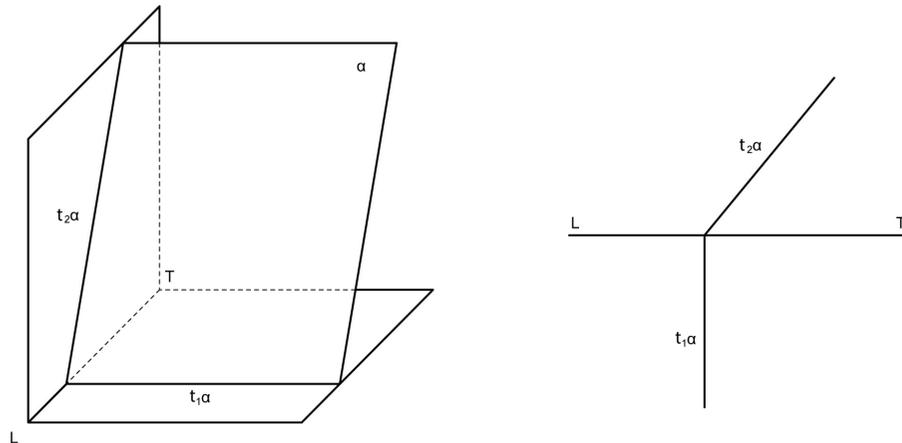


Fig. 30

Piano perpendicolare ai due piani di proiezione (piano di profilo)

Sia dato un piano α , perpendicolare a entrambi i piani di proiezione (fig. 31). Le tracce $t_1\alpha$ e $t_2\alpha$ sono entrambe perpendicolari alla L.T.

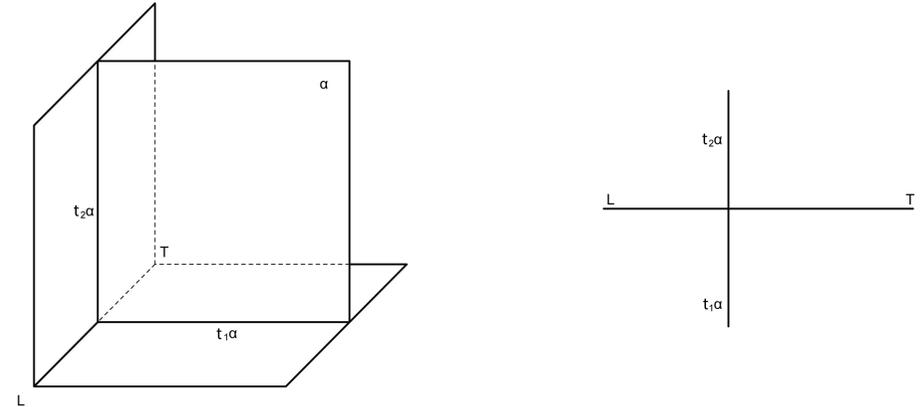


Fig. 31

Piano parallelo alla linea di terra

Sia dato un piano α , parallelo alla L.T. e appoggiato ai due piani di proiezione (fig. 32). Le tracce $t_1\alpha$ e $t_2\alpha$ sono entrambe parallele alla L.T.

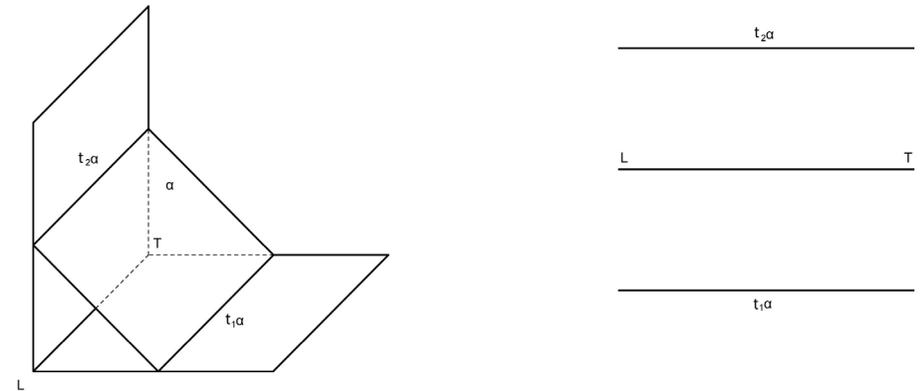


Fig. 32

Piano passante dalla linea di terra

Sia dato un piano α , passante dalla L.T. (fig. 33). Le tracce $t_{1\alpha}$ e $t_{2\alpha}$ coincidono con la L.T.

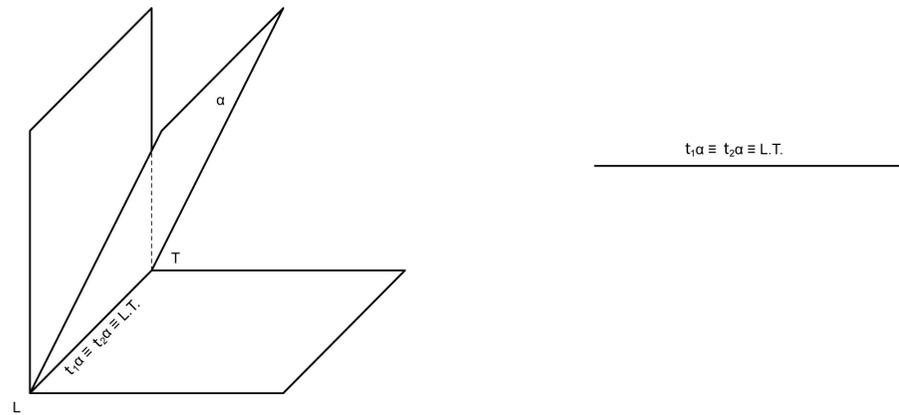


Fig. 33

Tuttavia, dal momento che dalla linea di terra passano infiniti piani, per poter individuare l'esatta posizione di α occorre fissare un punto P appartenente ad esso e far passare dal punto P un terzo piano di proiezione γ (Piano Laterale). Sarà così possibile effettuare la proiezione ortogonale del punto P sui tre piani di proiezione (P.O., P.V., P.L.) determinando la traccia $T_{3\alpha}$, la quota e l'aggetto del punto P e, quindi, la posizione nello spazio del piano α (fig. 34).

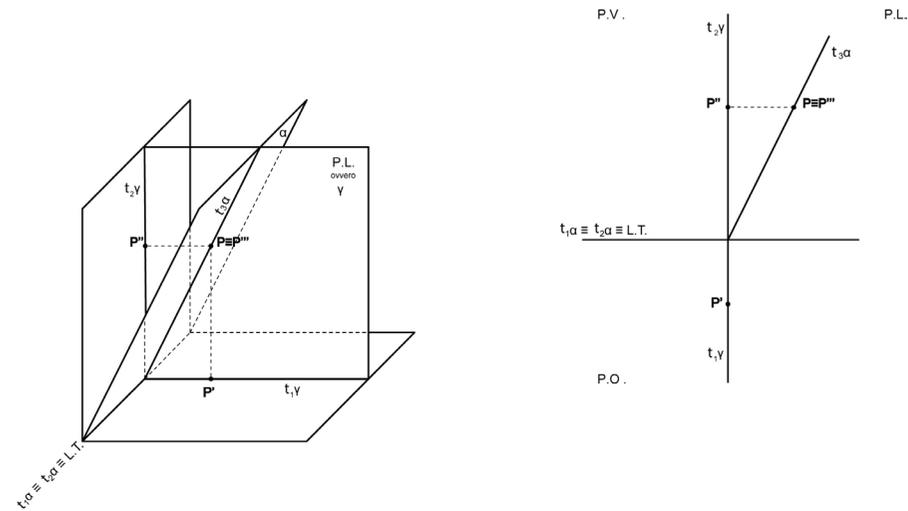


Fig. 34

Piani paralleli

Nel metodo di Monge, due piani sono paralleli quando le tracce omonime sono parallele (fig. 35).

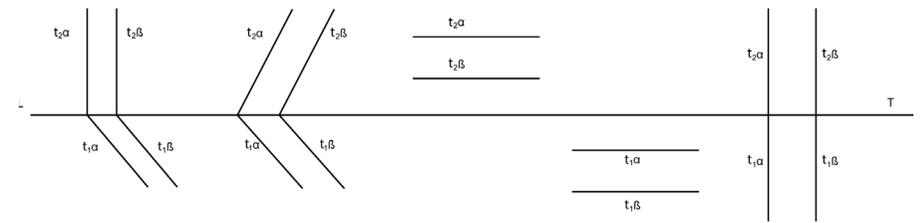


Fig. 35

Condizioni di appartenenza - Punto appartenente a una retta

Condizione necessaria e sufficiente perché un punto appartenga a una retta è che le proiezioni del punto appartengano alle proiezioni omonime della retta (fig. 36).

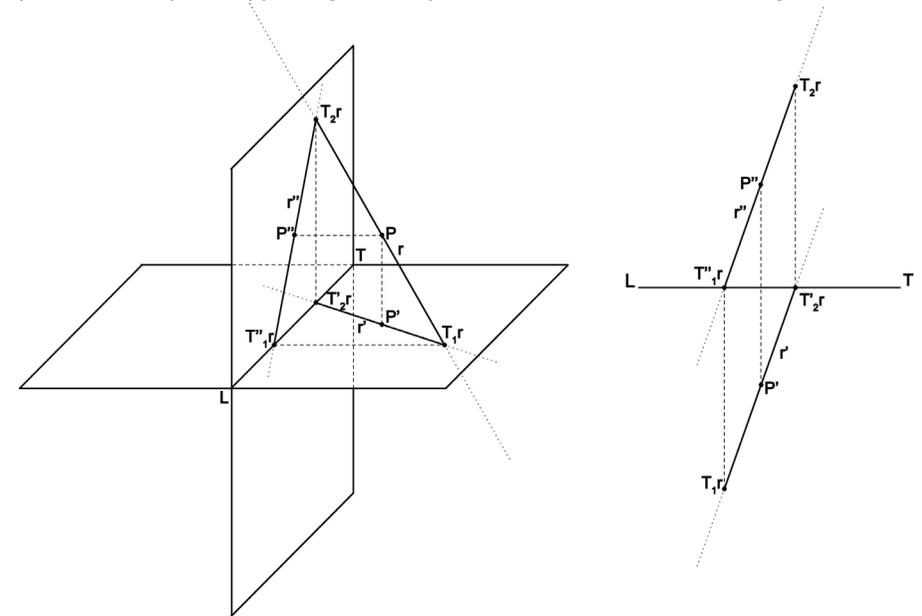


Fig. 36

Retta appartenente a un piano

Condizione necessaria e sufficiente affinché una retta appartenga a un piano è che le sue tracce giacciono sulle tracce omonime del piano.

Retta generica appartenente a un piano generico

Si verifica (fig. 37) la condizione esposta nel paragrafo precedente.

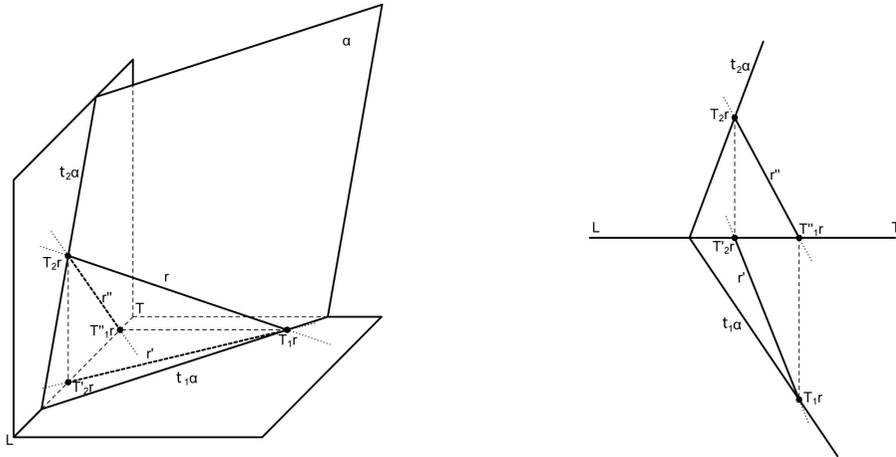


Fig. 37

Retta parallela al P.V. e inclinata al P.O., appartenente a un piano generico

La prima proiezione della retta (r') è parallela alla L.T. (fig. 38). Dall'intersezione di r' con $t1\alpha$ si ottiene $T1r$. La proiezione r'' sarà parallela a $t2\alpha$, $T2r$ sarà all'infinito.

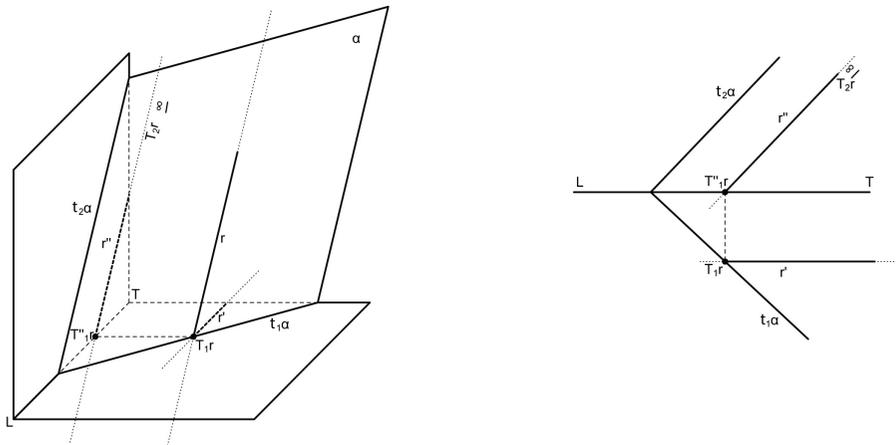


Fig. 38

Retta parallela al P.O. e inclinata al P.V., appartenente a un piano generico

Il caso (fig. 39) è analogo al precedente.

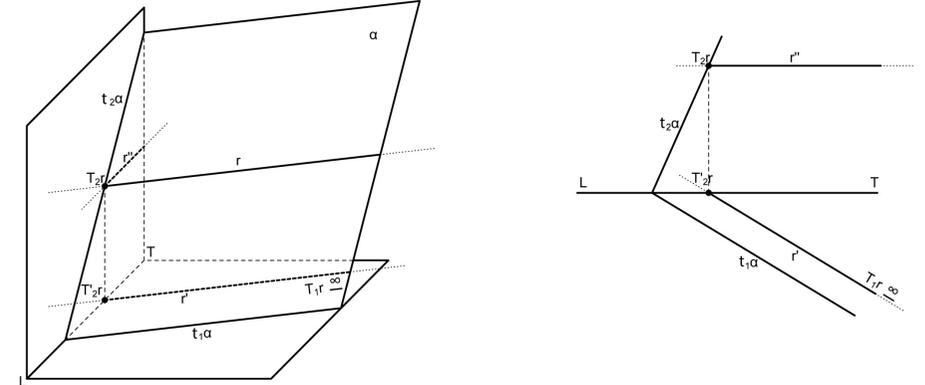


Fig. 39

Retta perpendicolare al P.O., appartenente a un piano perpendicolare al P.O. e inclinato al P.V.

La proiezione r' coincide con $T1r$; entrambe giacciono su $t1\alpha$ (fig. 40). La proiezione r'' sarà parallela a $t2\alpha$ e perpendicolare alla L.T., mentre la $T2r$ è all'infinito.

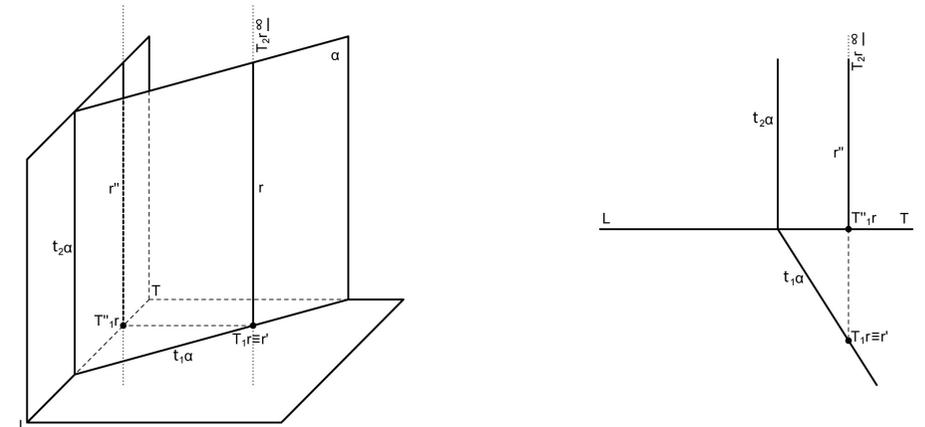


Fig. 40

Retta perpendicolare al P.V., appartenente a un piano perpendicolare al P.V. e inclinato al P.O.

Il caso è analogo al precedente; si omette la costruzione del disegno.

Retta generica, appartenente a un piano perpendicolare al P.O. e inclinato al P.V.

La proiezione r' coincide con $t_1\alpha$, la traccia T_1r giacerà sempre su $t_1\alpha$; la proiezione r'' sarà inclinata alla L.T. e la traccia T_2r giacerà su $t_2\alpha$ (fig. 41).

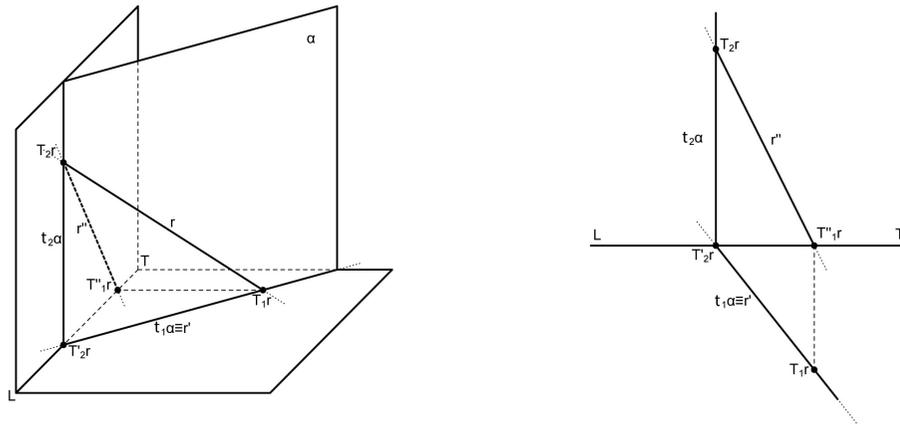


Fig. 41

Retta generica, appartenente a un piano perpendicolare al P.V. e inclinato al P.O.

Il caso è analogo al precedente; si omette la costruzione del disegno.

Punto appartenente a un piano

Un punto appartiene a un piano quando appartiene a una retta del piano, dunque quando le proiezioni del punto appartengono alle proiezioni omonime di una retta appartenente al piano. La fig. 42 mostra un punto P appartenente a piani diversi (piano generico, piano proiettante rispetto al P.O., piano proiettante rispetto al P.V., piano parallelo alla L.T.).

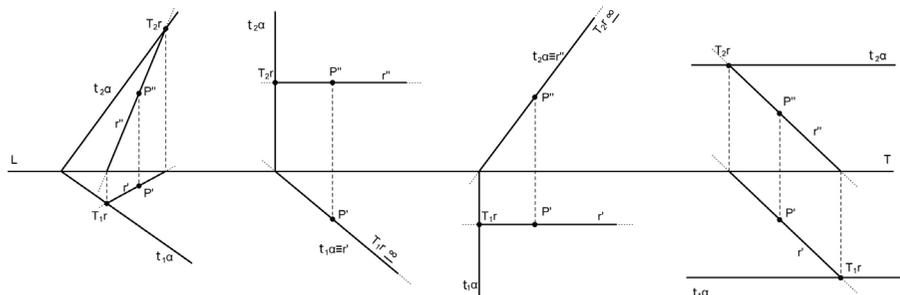


Fig. 42

Esercizi di verifica (si ricorda che gli esempi presentati e gli esercizi di verifica proposti nelle comunicazioni costituiranno le domande d'esame).

- dati due punti distinti, trovare la retta passante per essi;
- date due rette incidenti, trovare il piano da esse individuato;
- data una retta, rappresentare alcuni piani passanti per essa;
- dati due piani generici, trovare la loro retta comune;
- dati un piano generico e un piano proiettante rispetto al P.O., trovare la loro retta comune;
- dati un piano generico e un piano proiettante rispetto al P.V., trovare la loro retta comune;
- dati due piani proiettanti rispetto al P.O., trovare la loro retta comune;
- dati due piani proiettanti rispetto al P.V., trovare la loro retta comune.

2 - SECONDO MODULO - L'OCCHIO E LA MANO

Disegni 5-8. La lezione dei maestri

In questa sezione la sfida consiste nel "copiare" il disegno e in particolare la grafia di un maestro. Si tratta di un esercizio classico, proposto a tutti gli apprendisti che, a partire dal Rinascimento, entravano nella bottega di un artista. Imitando tratto per tratto i gesti compiuti dalla mano di un disegnatore più esperto si assimilano lo stile, il ritmo, la composizione e il tratto, innescando una situazione di empatia attraverso il tempo e lo spazio. Ogni studente dovrà scegliere 4 disegni realizzati da 4 differenti artisti fra quelli sottoelencati e ricopiarli su un foglio formato A4 utilizzando la stessa tecnica grafica dell'originale. Gli originali (e quindi anche le copie) dovranno essere due a matita e due a penna. I disegni andranno revisionati e consegnati unitamente all'originale.

Se scaricate le immagini dal web, assicuratevi che abbiano una risoluzione accettabile alla dimensione di stampa (A4). Se l'originale non ha una buona qualità, è impossibile pensare di ricopiarlo.

Pochi di voi otterranno risultati accettabili al primo tentativo. Riprovate senza scoraggiarvi, conservando tutti i disegni intermedi fra il primo e l'ultimo: serviranno a valutare i progressi.

Un metodo molto efficace per semplificare il lavoro consiste nel disegnare un reticolo quadrettato sull'originale e un altro reticolo sul foglio ancora bianco; ciò permette di controllare le proporzioni ed eventualmente a ingrandire o rimpicciolire il disegno.

Non provate a ricalcare: non imparerete niente e ce ne accorgeremmo subito.

Gli artisti fra cui è possibile scegliere sono: Paolo Uccello, Andrea del Castagno, Andrea Pollaiuolo, Andrea Verrocchio, Sandro Botticelli, Jacopo Bellini, Luca Signorelli, Leonardo da Vinci, Andrea del Sarto, Michelangelo Buonarroti, Raffaello Sanzio, Tiziano Vecellio, Jacopo Tintoretto, Jacopo Pontormo, Albrecht Dürer, Hans Holbein, Guercino, Guido Reni, Peter Paul Rubens, Rembrandt van Rijn, Giambattista Tiepolo, Antoine Watteau, Jacques Louis David, Jean Auguste Dominique Ingres, Vincent Van Gogh, Gustav Klimt, Paul Cézanne, Edgar Degas, Giorgio Morandi.

3 - TERZO MODULO - SCALA E MISURA. RILIEVO E DISEGNO DELLA PROPRIA CAMERA

La scala di rappresentazione

Per scala di rappresentazione si intende il rapporto metrico che sussiste tra le dimensioni di un oggetto e quelle di una sua rappresentazione grafica. Il concetto di scala, però, non riguarda solo le dimensioni degli elementi di un disegno. Scegliere una scala piuttosto che un'altra vuol dire assegnare alla rappresentazione un tema preciso, stabilire di mettere in evidenza alcune cose piuttosto che altre. Nessun disegno può riprodurre tutte le qualità presenti in un oggetto: cambiare la scala di rappresentazione vuol dire modificare il modo di vedere le cose e, quindi, di descriverle.

Tipi di scala

Esistono modi diversi con cui è possibile esprimere la scala usata in un disegno. La *scala numerica* è una frazione in cui al numeratore è indicata l'unità di misura riferita al disegno e al denominatore l'unità di misura riferita all'oggetto. Ad esempio, per conoscere le dimensioni reali di un elemento rappresentato in scala 1:10, dobbiamo moltiplicare per 10 le dimensioni con cui lo stesso elemento appare sul disegno. La *scala grafica* consiste in un segmento graduato che riproduce le dimensioni di una misura assunta come unità. Gli *indicatori di scala* sono elementi (per esempio persone, automobili, animali, ecc.) inseriti in un disegno privo di un rapporto di scala definito. Grazie ad essi diventa più facile intuire le dimensioni complessive dello spazio rappresentato, mediante un raffronto con elementi dalle dimensioni note.

Uso delle scale di rappresentazione

La scala numerica permette di calcolare rapidamente le dimensioni reali di un oggetto: basta moltiplicare le misure del disegno per il valore del denominatore. Ma se il disegno originale viene ingrandito o ridotto, l'uso esclusivo della scala numerica può portare a pericolosi fraintendimenti. La scala grafica, anche se rende più complicato e impreciso il calcolo delle dimensioni reali degli oggetti (bisogna effettuare due letture, una sul disegno e una sul segmento che riproduce la scala, quindi risolvere una proporzione), ha il vantaggio di essere leggibile anche in seguito a ingrandimenti o riduzioni del disegno originale. Gli indicatori di scala non garantiscono quella precisione che a volte è indispensabile osservare, ma sono utili nelle prospettive, negli schizzi destinati alla presentazione e, in generale, in tutti quei disegni in cui non è possibile esprimere matematicamente il rapporto di scala. In genere conviene usare la scala grafica assieme a quella numerica, ricordando che se in una riproduzione si contraddicono, bisogna sempre attenersi alle indicazioni fornite dalla prima.

Scelta della scala

Quando si disegna è possibile usare qualsiasi rapporto di scala. Nella pratica, però, si utilizzano più comunemente rapporti che consentano un calcolo rapido delle dimensioni, e cioè:

- le scale 1:100.000, 1:50.000, 1:25.000, 1:10.000, 1:5.000, 1:2.000, 1:1.000 per la rappresentazione del territorio e della città;
- le scale 1:200, 1:100, 1:50 per la rappresentazione dell'architettura;
- le scale 1:10, 1:5, 1:2, 1:1 per la rappresentazione dei particolari.

La scala 1:500 è una scala intermedia fra la rappresentazione urbanistica e quella architettonica; la scala 1:20 è intermedia fra la rappresentazione dell'architettura e quella dei particolari.

Le scale più piccole di 1:100.000 sono tipiche delle rappresentazioni geografiche; quelle più grandi di 1:1, dette anche scale di ingrandimento, sono usate nella progettazione meccanica e nel design.

Naturalmente è possibile usare scale diverse da quelle elencate, utilizzando rapporti inconsueti (come ad esempio 1:132 oppure 1:43); in generale però l'uso di scale insolite non è conveniente, sia perché questi valori complicano l'esecuzione e la lettura di un disegno, sia perché ad ogni rapporto di scala convenzionale corrisponde un modo ormai codificato di discretizzare la complessità degli oggetti e, quindi, di dosare la quantità e la qualità dei segni che costituiscono una rappresentazione.

Per scale "piccole" si intendono quelle che hanno un valore del denominatore maggiore rispetto a quello delle scale comunemente usate per il disegno architettonico; per scale "grandi", al contrario, quelle che hanno un valore del denominatore minore. Quindi la scala 1:1.000 è più "piccola" della scala 1:10; la scala 1:100 è più "grande" della scala 1:200.

Il fuori scala e l'ambiguità di scala

In un'architettura disegnata, proprio come in un'architettura costruita, realizzare un fuori scala vuol dire sovradimensionare (o sottodimensionare) uno o più elementi rispetto al contesto in cui sono collocati. Grazie ai fuori scala la lettura viene orientata verso una precisa qualità dell'oggetto, le cui dimensioni insolite suggeriscono una lettura enfaticizzata.

In alcuni casi invece si può lasciare il disegno in una situazione "ambigua", lasciando indeterminata la determinazione di qualsiasi riferimento dimensionale. La pittura di Magritte (e tutta la pittura surrealista) fa leva spesso sulle ambiguità di scala.

Errori comuni e situazioni particolari

Come abbiamo visto, ad ogni scala corrisponde un diverso livello di approfondimento della rappresentazione e, quindi, una diversa quantità e qualità dei segni. A volte i segni scelti per rappresentare un oggetto sono eccessivi rispetto a quanto la scala consenta; molto più spesso, però, si verifica la situazione opposta.

In alcuni casi, ad esempio quando all'interno di una facciata semplice sia presente un elemento particolarmente complesso, può essere conveniente eseguire due disegni con livelli diversi di approfondimento.

Direttamente legato al tema della scala è quello dell'errore grafico e della tolleranza grafica. Quando disegniamo un oggetto, non possiamo riprodurre tutti gli elementi presenti anche a causa dello spessore del tratto che utilizzeremo. Stampando in scala

1:100, ad esempio, se avremo usato un pennino 0,3 non sarà possibile rappresentare con una doppia linea tutti gli elementi di spessore inferiore a 3 cm ($0,3 \text{ mm} \times 100 = 3 \text{ cm}$).

In molti casi, però, conviene "forzare" il rapporto di scala e disegnare con una doppia linea anche elementi che - teoricamente - non potrebbero essere rappresentati. Ad esempio, una pianta in scala 1:100 teoricamente non potrebbe riportare lo spessore di un elemento come un cancello in ferro. Nonostante ciò, esso dovrà essere sicuramente disegnato con una doppia linea; rappresentandolo con una sola linea, si rischierebbe di confonderlo con un gradino, mentre è importante, anche in scala 1:100, mettere in evidenza il suo ruolo di barriera fra uno spazio e quello adiacente. Peraltro, le dimensioni reali di elementi di questo tipo non possono essere desunte da disegni realizzati a scala architettonica; a questo scopo devono essere realizzati grafici a scala maggiore, opportunamente quotati.

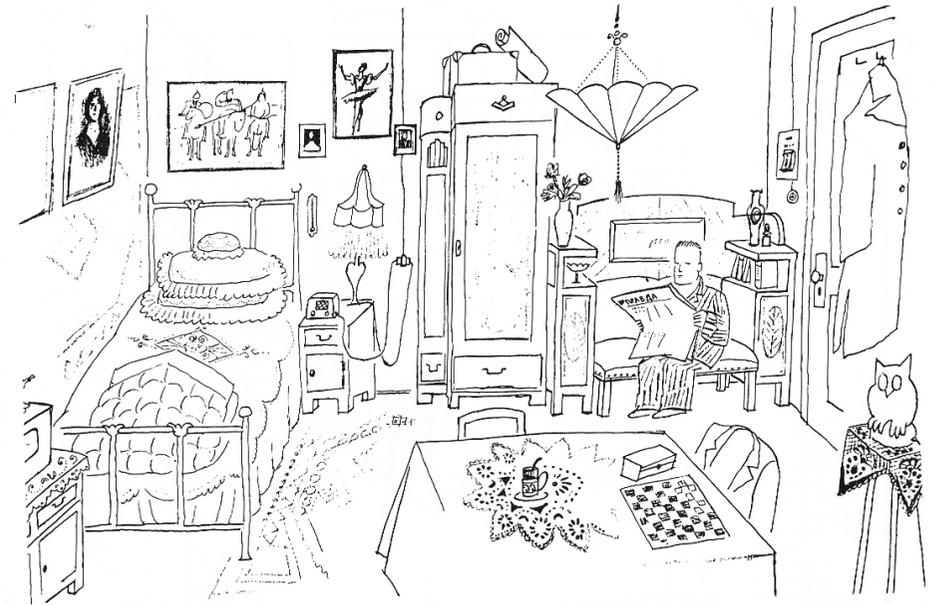
Cad e rapporto di scala

C'è chi afferma che disegnando al computer si lavora sempre in scala 1:1. È un'affermazione scorretta. Naturalmente, quando disegniamo una porta o un muro con qualsiasi programma di grafica vettoriale assegneremo al muro o alla porta un valore che numericamente corrisponde alle dimensioni reali, ma ciò non vuol dire disegnare in scala 1:1. Disegnare in scala 1:1 vuol dire conferire al disegno tutte le qualità visibili riferite alla forma e alle dimensioni dell'oggetto rappresentato, così come ci appaiono ad occhio nudo.

Supponiamo di aver disegnato al computer un portale barocco con tre linee e un arco di cerchio. In fase di stampa potremo riprodurre il disegno in dimensioni reali, ma non si tratterà certo di un disegno in scala 1:1, se non per quanto riguarda l'ingombro effettivo dell'oggetto. Anche se il cad ci risparmia i ripetuti calcoli necessari per la riduzione degli oggetti, il valore della scala alla quale dovremo stampare il disegno deve sempre essere stabilita con cura prima di iniziare il lavoro. Il rischio è quello di ritrovarsi, a stampa conclusa, con un disegno illeggibile perché troppo ricco di segni o, al contrario, con un disegno povero di informazioni rispetto alla scala in cui è stato realizzato.

Esercizio in aula

Disegnare in scala 1:20 la pianta della "Stanza di uno scapolo russo" (Saul Steinberg).



Stanza di uno scapolo russo rappresentata da Saul Steinberg.