



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI “MEDITERRANEA” DI REGGIO CALABRIA
FACOLTÀ DI AGRARIA

Appunti di IDRAULICA

Prof. Vincenzo Tamburino

-INDICE-

CAP. 1	Obiettivi e contenuti del corso	pag. 1
	1.1 Obiettivi del corso	" 1
	1.2 Contenuti del corso	" 1
CAP. 2	Richiamo dei principi e dei teoremi fondamentali del calcolo vettoriale e della meccanica	" 3
	2.1 Scalari e vettori	" 3
	2.2 Dimensioni e omogeneità dimensionale	" 7
	2.3 Meccanica	" 9
	2.3.1 Meccanica del punto	
	2.3.2 Meccanica dei mezzi continui	
CAP. 3	Proprietà fisiche dei liquidi - Principi di idrostatica	" 22
	3.1 Solidi	" 22
	3.2 Liquidi	" 22
	3.3 Aeriformi	" 22
	3.4 Proprietà fisiche dei liquidi	" 22
	3.4.1 Peso specifico γ	
	3.4.2 Densità ρ	
	3.4.3 Viscosità μ	
	3.4.4 Tensione superficiale τ	
	3.4.5 Assorbimento degli aeriformi da parte dei liquidi	
	3.5 Gli sforzi nei liquidi in quiete	" 25
	3.5.1 Distribuzione delle pressioni nei liquidi in quiete	
	3.5.2 Equazione dell'idrostatica in forma indefinita o locale	
	3.5.3 Equazione dell'idrostatica in forma globale	
	3.5.4 Diagramma delle pressioni lungo una direzione	
	3.5.5 Piano dei carichi idrostatici	
CAP. 4	Idrostatica degli aeriformi - Misura delle pressioni - Calcolo delle spinte - Applicazioni	" 34
	4.1 Idrostatica degli aeriformi	" 34
	4.2 Pressione assoluta e pressione relativa	" 34
	4.3 Misura delle pressioni	" 36
	4.4 Spinte su una superficie piana	" 39
	4.4.1 Superficie di forma qualsiasi	
	4.4.2 Superficie piana rettangolare con due lati orizzontali	
CAP. 5	Capillarità - Cinematica dei liquidi - Fondamenti di dinamica dei liquidi perfetti	" 45
	5.1 Capillarità	" 45

5.2	Cinematica dei liquidi	pag. 47
5.2.1	Tipi di corrente	
5.2.2	Classificazione dei diversi tipi di movimento	
5.2.3	Regimi di movimento	
5.3	Liquidi perfetti e liquidi reali	" 52
5.4	Distribuzione delle pressioni su una sezione trasversale delle correnti di liquido perfetto	" 53
5.5	Teorema del moto (Bernoulli)	" 54
CAP. 6	Deduzioni dal teorema di Bernoulli - Moto permanente di una corrente di liquido perfetto - Piezometrica	" 59
6.1	Applicazione del teorema di Bernoulli all'efflusso di una corrente da una luce	" 59
6.2	Applicazione del teorema di Bernoulli ad una corrente che muove in condizioni di moto uniforme	" 60
6.3	Moto di una corrente in una condotta ad asse orizzontale	" 64
6.4	Piezometro e tubo di Pitot	" 66
6.5	Casi generali sull'applicazione del teorema di Bernoulli	" 67
6.6	Moto di una corrente all'interno di una tubazione comunque inclinata con efflusso libero nell'atmosfera	" 68
6.7	Moto di una corrente in una condotta che collega due serbatoi a livelli invariabili	" 69
6.8	Moto di una corrente fra due sezioni in cui è noto il dislivello piezometrico e nelle quali il liquido ha velocità non nulla	" 71
CAP. 7	Liquidi reali: perdite di carico continue - Cadente piezometrica - Resistenze al moto	" 74
7.1	Liquidi reali - Perdite di carico continue	" 74
7.2	Moto uniforme di una corrente di liquido reale	" 77
7.3	Determinazione dell'espressione della cadente piezometrica J	" 78
7.3.1	Corrente che muove in regime laminare	
7.3.2	Corrente che muove in regime turbolento	
7.3.3	Corrente che muove in regime di transizione	
7.4	Espressione di χ nella formula di Chezy nel caso di regime puramente turbolento	" 80
CAP. 8	Moto permanente di una corrente di liquido reale con sole perdite di carico continue - Applicazioni	" 84
8.1	Calcolo di verifica di una tubazione percorsa da una corrente in pressione: applicazione della formula di Chezy del moto uniforme per i liquidi reali	" 84
8.2	Cenno al calcolo di progetto	" 86
8.3	Equazione del moto uniforme dei liquidi reali	" 87
8.4	Esempi di applicazione del moto permanente per i liquidi reali	" 88

8.4.1 Casi di pratica applicazione

CAP. 9	Perdite di carico localizzate - Equazione generale del moto di una corrente di liquido reale - Lunghe condotte	pag. 94
	9.1 Perdite di carico localizzate	" 94
	9.2 Equazione generale del moto permanente	" 98
	9.3 Lunghe condotte: ipotesi di lavoro - Esempio di calcolo	" 101
CAP. 10	Impianti di sollevamento e macchine operatrici (pompe)	" 105
	10.1 Impianti di sollevamento	" 105
	10.2 Tipi di pompe	" 111
	10.2.1 Pompe di superficie	
	10.2.2 Pompe immerse	
	10.2.3 Pompe sommergibili	
	10.3 Caratteristiche di funzionamento delle pompe centrifughe	" 116
	10.3.1 Curva caratteristica di una pompa centrifuga	
	10.3.2 Curva caratteristica di una condotta elevatoria - Punto di funzionamento e regolazione di una pompa	
	10.4 Problemi di verifica e di progetto di un impianto di sollevamento	" 121
CAP. 11	Correnti a pelo libero	" 124
	11.1 Moto uniforme e scala delle portate di moto uniforme in un canale	" 124
	11.2 Calcolo di verifica di un canale	" 128
	11.3 Calcolo di progetto di un canale	" 129
CAP. 12	Cenni sulle correnti a pelo libero in moto permanente	" 133
	12.1 Alvei a pendenza forte, debole e critica - Correnti lente e veloci	" 133
	12.2 Andamento dei profili di rigurgito	" 137
CAP. 13	Foronomia	" 140
	13.1 Luci a battente a spigolo vivo	" 141
	13.1.1 Efflusso libero nell'atmosfera	
	13.1.2 Efflusso rigurgitato	
	13.1.3 Efflusso libero sotto una paratoia	
	13.1.4 Efflusso rigurgitato sotto una paratoia	
	13.2 Luci a stramazzo a spigolo vivo	" 145
	13.2.1 Stramazzo rettangolare con contrazione della vena sulla soglia (tipo Bazin)	
	13.2.2 Stramazzo tipo Francis	
	13.2.3 Stramazzo di tipo triangolare	
	13.2.4 Stramazzo di tipo trapezio	

13.3	Efflusso in parete grossa	pag. 151
13.3.1	Luce a battente	
13.3.2	Stramazzo a larga soglia	
CAP. 14	Misura della portata Q	« 155
14.1	Misura delle portate nelle correnti in pressione	« 155
14.1.1	Tubo di Pitot	
14.1.2	Venturimetro	
14.1.3	Diaframma e boccaglio	
14.1.4	Ugello	
14.2	Misura delle portate nelle correnti a pelo libero	« 161
14.2.1	Tubo di Pitot	
14.2.2	Mulinello	
14.2.3	Galleggiante	
14.2.4	Stramazzi in parete sottile	
14.2.5	Luci a battente libere	
14.2.6	Stramazzo a larga soglia	
14.2.7	Misuratore a risalto	
CAP. 15	Moto di filtrazione	« 169
15.1	Misura della permeabilità	« 171
15.2	Falde e pozzi	« 172
15.2.1	Falda artesianiana e pozzo artesianiano	
15.2.2	Falda freatica e pozzo freatico	

CAPITOLO 1

Obiettivi e contenuti del corso

Il corso si propone di fornire le conoscenze di base utili per la progettazione e la gestione degli impianti idrici per l'industria agroalimentare, con particolare riferimento all'idraulica delle correnti. Nell'ambito dello studio delle correnti in pressione particolare rilievo viene dato alla verifica ed alla progettazione delle condotte di adduzione e distribuzione degli impianti agroalimentari.

Modalità di acquisizione dei crediti

I 4 CFU saranno acquisiti tramite esame finale orale, eventualmente preceduto da test di esonero.

Propedeuticità

Il corso si avvale delle conoscenze acquisite nell'ambito delle discipline Matematica e Fisica.

5 2 - RICHIAMO DEI PRINCIPI E DEI TEOREMI FONDAMENTALI DEL CALCOLO VETTORIALE E DELLA MECCANICA

2.1 Scalari e vettori

Le grandezze alle quali non è associato il concetto di direzione si dicono scalari (ad esempio: il tempo, la temperatura, l'area di un poligono). Una tale grandezza è completamente individuata quando è assegnato il suo valore numerico (espresso in generale come multiplo di una determinata unità di misura) e, se necessario, il suo segno.

Le grandezze alle quali è associato il concetto di direzione si dicono vettoriali (ad esempio: lo spostamento, la velocità, la forza). Esse sono individuate dal modulo (multiplo di un'unità di misura), dalla direzione, dal verso e dal punto di applicazione. La direzione ed il punto di applicazione definiscono la retta d'azione.

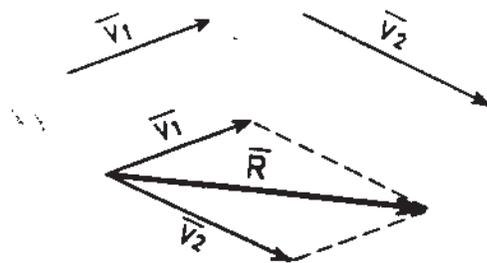
Simbolicamente un vettore si indica con una lettera maiuscola sottolineata o soprasegnata o in grassetto; la semplice lettera maiuscola indica invece il modulo del vettore. Geometricamente un vettore si indica con un segmento orientato: la lunghezza misura, tenuto conto di una scala prefissata, il modulo, la retta indica la direzione, la freccia indica il verso.

L'opposto del vettore V è $-V$, cioè il vettore che ha lo stesso modulo, la stessa direzione, ma verso opposto.

La somma o risultante R dei vettori V_1 e V_2 , che è rappresentata dal vettore $R=V_1+V_2$ si può effettuare:

a) con la regola del parallelogramma (fig. 2.1):

Fig. 2.1

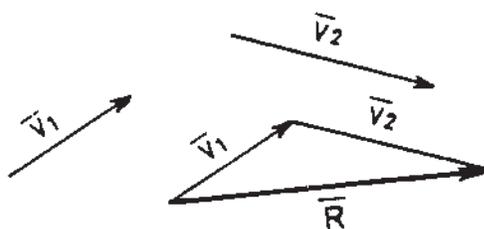


nella quale R è la diagonale del parallelogramma. La regola fornisce direttamente modulo, direzione e verso di R . Essa può essere applicata anche per ottenere la differenza di due vettori, essendo possibile trasformare la differenza in somma.

Risulta infatti: $V_1 - V_2 = V_1 + (-V_2)$

b) con la regola del triangolo (fig. 2.2)

Fig. 2.2



Il risultante R è rappresentato dal terzo lato del triangolo, ottenuto disponendo i due vettori dati consecutivamente. Nel caso in cui si devono sommare più vettori la regola del triangolo si presta ad effettuare tale somma. Infatti, nell'esempio di fig. 2.3 il risultante R è pari a:

$$R = V_1 + V_2 + V_3 + V_4$$

e si ottiene congiungendo i punti estremi A e B, del poligono dei vettori.

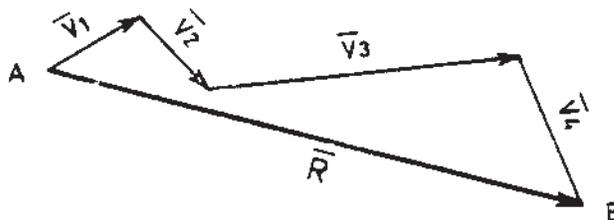
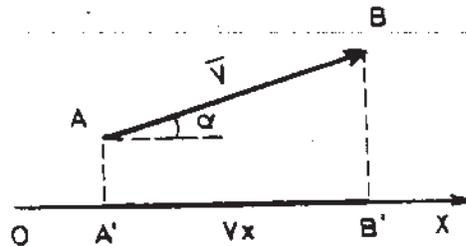


Fig. 2.3

Per trovare la retta di azione di R , si possono sommare a due a due gli addendi e ovviamente si perviene allo stesso risultato.

La componente di un vettore V , secondo una retta orientata x (concepita come una successione di posizioni determinata dal moto continuo di un punto a partire da un origine O nel verso indicato dalla freccia) è lo scalare $V_x = V \cos \alpha$, misurato dalla lunghezza del segmento $A'B'$ (fig. 2.4).

Fig. 2.4

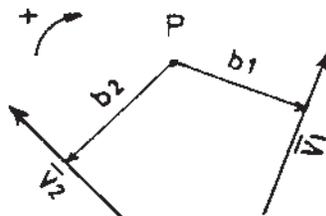


Esso è maggiore di zero se A' antecede B' nel verso positivo di x , cioè se è $\alpha < 90^\circ$; è minore di zero se B' antecede A' , cioè se è $\alpha > 90^\circ$; è nullo se A' e B' coincidono in uno stesso punto, cioè se è $\alpha = 90^\circ$.

La componente del risultante di più vettori è uguale alla somma algebrica delle componenti dei singoli addendi.

Si definisce momento di un vettore V rispetto ad un punto P detto polo lo scalare $M = Vb$, prodotto del modulo V del vettore per la distanza b (braccio) del polo P dalla retta che contiene V .

Fig. 2.5



M si considera convenzionalmente positivo se il sistema vettore-braccio tende a ruotare attorno a P in senso orario, cioè come le lancette dell'orologio ($M_2=V_2b_2>0$), e si considera negativo se il suddetto verso è antiorario ($M_1=V_1b_1<0$).

Teorema di Varignon: "dato un sistema di vettori complanari, concorrenti in un unico punto (in particolare paralleli), il momento del vettore somma rispetto ad un generico punto P è uguale alla somma algebrica dei momenti dei singoli vettori addendi calcolati rispetto al medesimo punto P". Cioè "il momento della somma dei vettori è pari alla somma dei momenti"

Somma di vettori paralleli (per i quali le regole del parallelogramma e del triangolo cadono in difetto): si applica il teorema di Varignon.

Se i vettori sono equiversi risulta: $R=V_1+V_2$ (fig. 2.6);

Mentre invece se i vettori sono di verso opposto si ha:

$R=V_1-V_2$ (fig. 2.7).

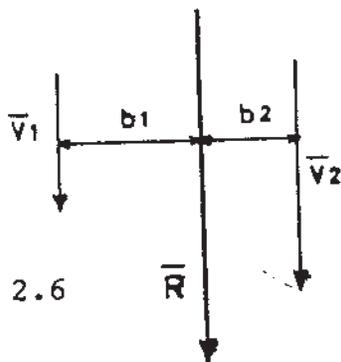


Fig. 2.6

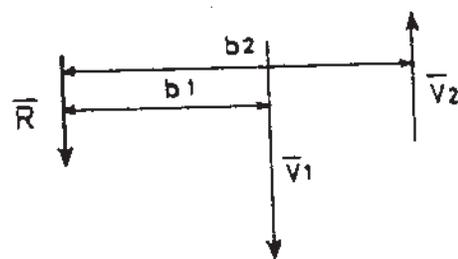


Fig. 2.7

Il risultante R è interno all'area compresa tra V_1 e V_2 nel caso di vettori equiversi, mentre risulta esterno nel caso di vettori di verso opposto.

In particolare R è più vicino all'addendo di modulo maggiore di cui ha lo stesso verso.

2.2 Dimensioni ed omogeneità dimensionale

Si dice che due o più grandezze fisiche sono "omogenee", oppure "che hanno le stesse dimensioni", quando sono della stessa specie e quindi sono esprimibili con la stessa unità di misura; la scrittura $[A]$ si legge: "dimensione (ossia unità di misura) della grandezza A". Ad esempio se si scrive per l'accelerazione: $[a]=[m/sec^2]$ l'unità di misura dell'accelerazione è il metro al secondo quadrato. Sono grandezze omogenee: un volume ed un momento statico di una figura piana (vedi definizione in seguito), in quanto entrambi misurati con una lunghezza al cubo (m^3 nel sistema di unità di misura tecnico).

Principio di omogeneità dimensionale:

a) in una qualsiasi uguaglianza il primo membro deve avere le stesse dimensioni del secondo; ad esempio, per la seguente relazione che incontreremo più avanti: $v=\sqrt{2gh}$, in cui v indica la velocità, g l'accelerazione di gravità ed h una lunghezza, si deve avere: $[v]=[\sqrt{2gh}]$. Poiché, nel sistema tecnico: $[g]=[m/sec^2]$ ed $[h]=[m]$ si deduce che $[\sqrt{2gh}]=[\sqrt{m^2/sec^2}]=[m/sec]$;

b) in una qualsiasi somma tutti gli addendi debbono essere omogenei fra loro; ad es., per la seguente relazione che incontreremo più avanti: " $z+p/\gamma=cost$ ", in cui z indica una lunghezza, p la pressione e γ il peso specifico del liquido, si ha: $[z]=[p/\gamma]$, come si può facilmente verificare.

Le a) e b) sono condizioni necessarie, ma non sufficienti ad assicurare la validità di un'uguaglianza a causa dei fattori numerici (privi di dimensioni fisiche) che in essa possono

comparire. Pertanto la verifica delle dimensioni di una espressione non garantisce la sua esattezza numerica.

Grandezze fondamentali e grandezze derivate

Tutte le leggi della meccanica possono ricondursi alla legge di Newton:

$F=ma=m \, dv/dt$ (in cui $v=ds/dt$), che lega le quattro grandezze F, m, s, t (forza, massa, spostamento, tempo).

Per stabilire un sistema di unità di misura per la meccanica, bisogna anzitutto stabilire tre grandezze fondamentali fra le quattro suddette, poi fissarne le unità di misura ed infine ricavare da queste le unità di misura di tutte le grandezze derivate (cioè della quarta grandezza e di tutte le altre grandezze che intervengono di volta in volta nei singoli problemi).

Nel sistema pratico (o sistema tecnico) di misura le tre grandezze fondamentali sono: la lunghezza, il tempo e la forza.

Le unità sono rispettivamente: il metro, pari alla lunghezza di un campione di platino-iridio conservato a Sèvres a 0° C; il secondo, pari alla ottantaseimilaquattrocentesima parte del giorno solare medio; il chilogrammo, pari al peso di un campione di platino conservato a Sèvres a 0° C. Quest'ultimo è praticamente equivalente al peso di 1dm³ di acqua distillata, a 4° C.

Alcune misure delle unità derivate del sistema pratico sono indicate nel paragrafo relativo alla meccanica.

La conversione fra alcune unità di misura del sistema pratico ad altre unità di misura è indicata nella seguente tabella:

<u>Grandezze</u>	<u>U.M.</u> (sistema tecnico)	<u>U.M.</u> (esempi di altre unità)
lunghezza	m	dm; cm; mm; km
superficie	m ²	cm ² ; ha=10000m ² ; km ² =10 ⁶ m ²
volume	m ³	l=1dm ³ =0,001m ³
tempo	sec	h=3600sec;giorno=86400sec
forza	kg	g=0,001kg; t=1000kg
potenza	kgm/sec	CV=75kgm/sec; kW=102kgm/sec
energia e lavoro	kgm	kWh=(102kgm/sec)x3600sec= 367200kgm

2.3 Meccanica

Studia la quiete e il movimento dei corpi e si distingue in:

- meccanica del punto*, che ha per oggetto i corpi piccolissimi che possono essere considerati puntiformi;
- meccanica dei mezzi continui*, che ha per oggetto i corpi solidi, liquidi e gassosi.

La meccanica si suddivide ancora in Cinematica, Statica e Dinamica.

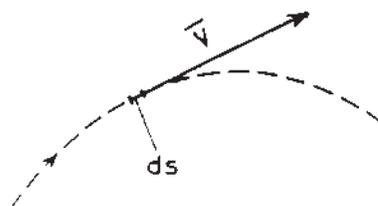
2.3.1 Meccanica del punto

- Cinematica:** studia il moto di un punto materiale senza occuparsi delle sue cause.

Grandezze fondamentali sono la lunghezza che nel sistema pratico si misura in metri [m] ed il tempo in secondi [sec].

Si definisce traiettoria la linea definita da un punto mobile durante il suo movimento (fig. 2.8).

Fig. 2.8



Si definisce velocità in un punto di essa, il vettore V che ha per direzione la tangente alla traiettoria in quel punto, per verso quello degli spostamenti del mobile e per modulo il rapporto finito $V=ds/dt$ fra le due grandezze infinitesime: ds (spostamento elementare) e dt (tempo elementare corrispondente). La velocità nel sistema pratico si misura in m/sec.

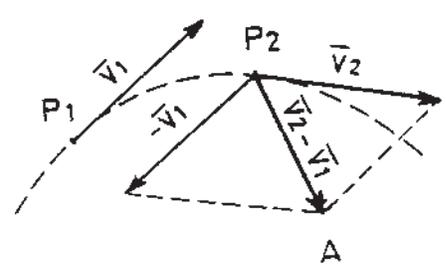
Un corpo è animato di moto uniforme quando il modulo V della velocità si mantiene costante lungo tutto il percorso, ossia quando il mobile percorre spazi uguali in tempi uguali. Si può scrivere pertanto $V=s/t$, (cioè il modulo della velocità è il rapporto fra l'arco di traiettoria percorso e il tempo impiegato a percorrerlo); se il moto è anche rettilineo, allora anche la direzione ed il verso sono costanti ed è pertanto il vettore $V=cost$.

Si ha invece il moto vario quando il modulo V varia da punto a punto, sicché $V_m=s/t$, in cui V_m indica questa volta la velocità media (diversa dalle velocità istantanea che si ha nei singoli punti).

Si definisce accelerazione A la variazione subita dal vettore velocità fra due punti P_1 e P_2 della traiettoria (posti a distanza infinitesima) nell'intervallo di tempo (pure infinitesimo) necessario a percorrerla; in tal caso l'accelerazione A risulta $A=dV/dt$ (fig. 2.9).

In termini finiti: $A = \frac{\Delta V'}{\Delta t} = \frac{V_2 - V_1}{\Delta t}$.

Fig. 2.9



Essendo dt uno scalare positivo, A è il vettore che ha la stessa direzione del vettore dV ; e quindi A è sempre rivolta nel verso della concavità della traiettoria, cioè è un'accelerazione centripeta. L'accelerazione nel sistema pratico si misura in m/sec^2 ; essa è nulla soltanto nel moto rettilineo uniforme.

b) **Statica**: studia la quiete dei corpi e le condizioni perché essa si verifichi.

Nella statica di un corpo può considerarsi grandezza fondamentale la forza che nel sistema pratico si misura in Kg.

Un sistema materiale si dice in equilibrio sotto l'azione di un dato sistema di forze quando queste nel loro complesso non sono capaci di produrre alcuna variazione nelle velocità dei singoli punti del sistema.

Equazioni Cardinali dell'equilibrio statico: le due condizioni necessarie perché un sistema materiale sia in equilibrio (condizioni anche sufficienti se il sistema è un corpo rigido o si riduce ad un punto) sono:

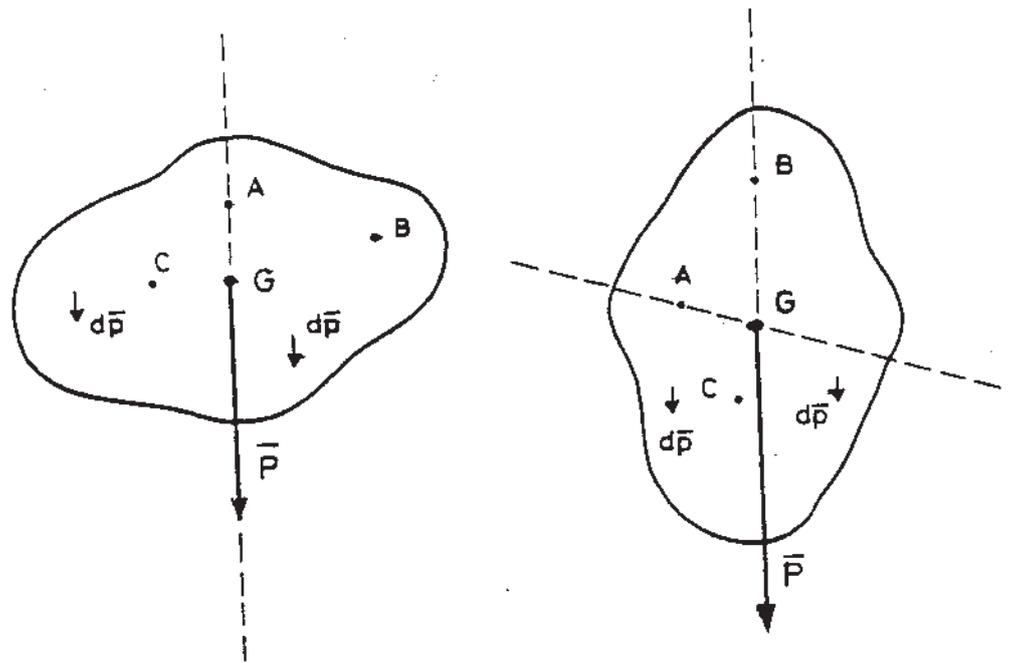
- 1) la somma vettoriale delle forze sollecitanti il sistema deve essere nulla, cioè $\Sigma F=0$;
- 2) il momento risultante delle stesse forze, rispetto ad un punto qualunque, deve essere pure nullo, cioè $\Sigma M=0$.

Dette F_x ed F_y le componenti della generica F secondo due assi x ed y , le condizioni suddette si esprimono anche mediante il seguente sistema di equazioni scalari: $\Sigma F_x=0$;
 $\Sigma F_y=0$; $\Sigma M=0$.

Nella statica di un corpo rigido è di fondamentale importanza definirne il Baricentro.

Supponiamo di sospendere per un qualsiasi punto A un corpo (fig. 2.10), pensato scomposto in pesetti elementari dP ; la risultante dei pesi elementari avrà modulo $P=\int dP$ e retta di azione passante per A, per le condizioni di equilibrio statico sopra richiamate. Sospeso poi il corpo per un punto B, si troverà analogamente che la retta di azione della risultante dei pesi elementari passerà per B ed intersecherà la prima retta in un punto G. Sospendendo il corpo in un qualsiasi altro punto, la retta di azione della risultante delle forze peso elementari passerà ancora per il medesimo punto G che viene denominato baricentro del corpo.

Fig. 2.10

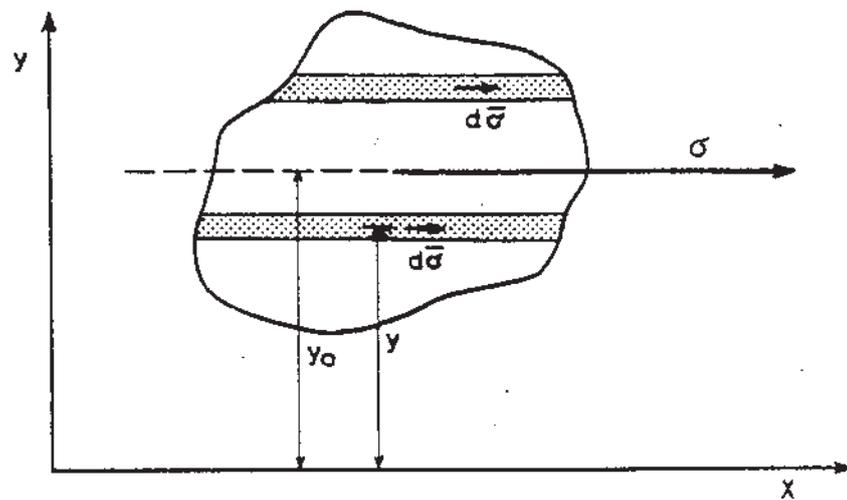


Se il corpo è costituito di materiale omogeneo, il suo baricentro dipende esclusivamente dalla sua configurazione geometrica, e, a seconda di questa, si parla di baricentro di un volume o di un'area.

Un'altra grandezza che è opportuno richiamare è il Momento statico M_x di una superficie rispetto ad un asse X dato per definizione da: $M_x = \int_0 y d\sigma$ (fig. 2.11).

Tale definizione può essere impiegata per determinare la posizione del baricentro di un'area. Precisamente si può operare nel seguente modo: tracciando delle parallele all'asse x si scompone la superficie in elementini di area $d\sigma$, e a ciascuno di essi si associa un vettore $d\vec{\sigma}$, di modulo proporzionale all'area elementare stessa, orientato come x ; si applica il teorema di Varignon calcolando i momenti rispetto all'asse x . Essendo: $\sigma = \int_0 d\sigma$, si ha: $\sigma y_0 = \int_0 y d\sigma$, da cui si deduce y_0 .

Fig. 2.11



Ripetendo lo stesso procedimento per un'altra direzione y (non necessariamente perpendicolare alla prima) si ha: $\sigma x_0 = \int_0 x d\sigma$, da cui si deduce x_0 . Si hanno così le due coordinate x_0 e y_0 del baricentro essendo noti gli integrali al secondo membro. Viceversa, noti x_0 e y_0 , si ricavano: $M_x = \sigma y_0$ ed $M_y = \sigma x_0$. Per definizione $M_x = \int_0 y d\sigma$ (fig. 2.12).

Se l'asse passa per il baricentro ($y_0=0$), il momento statico si annulla perché si equilibrano i momenti delle due porzioni di superficie delimitate dall'asse $0-0$). Il momento M nel sistema pratico è misurato in m^3 .

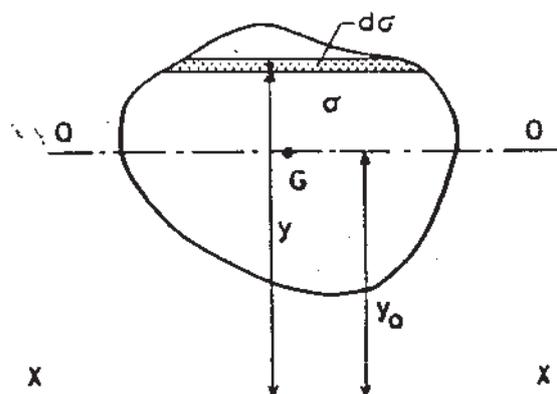


Fig. 2.12

Si definisce Momento d'inerzia I_x di una superficie rispetto ad un asse X: $I_x = \int_0 y^2 d\sigma$. Esso non risulta mai nullo (a causa dei quadrati y^2), anche se l'asse è baricentrico.

Si dimostra che sussiste la seguente relazione:

$$I_x = I_0 + \sigma y_0^2$$

detta teorema di trasposizione dei momenti d'inerzia, nella quale I_x indica il momento d'inerzia rispetto all'asse x, I_0 il momento d'inerzia rispetto all'asse baricentrico parallelo all'asse x ed y_0 la distanza tra i due assi. Per le figure geometriche regolari I_0 può essere facilmente calcolato rispetto agli assi di simmetria ed è tabellato in tutti i manuali tecnici. Si può rilevare ad esempio che per il rettangolo di base b ed altezza h, il momento d'inerzia relativo all'asse baricentrico parallelo alla base vale: $I_0 = bh^3/12$, mentre per il cerchio di diametro D vale: $I_0 = \pi D^4/64$.

Utilizzando le espressioni di trasposizione dei momenti di inerzia si possono quindi dedurre i momenti di inerzia rispetto a tutte le rette parallele agli assi di simmetria. Nel sistema pratico I si misura in m^4 .

c) **Dinamica:** studia il movimento dei corpi in dipendenza delle cause che lo producono.

Importanza fondamentale nello studio della dinamica dei corpi ha il principio di azione e reazione (verificato anche nella statica) secondo il quale se un corpo A esercita una forza F su un corpo B allora anche B eserciterà su A una forza $-F$ che risulta opposta a quella che A esercita su B.

Il moto dei corpi è retto dall'equazione fondamentale della dinamica (Newton) secondo la quale se un corpo viene sollecitato da una forza F questa produce su di esso una accelerazione A tale che $F=mA$; in particolare nel campo gravitazionale la forza è rappresentata dal peso P e l'accelerazione è quella di gravità g ; risulta quindi $P=mg$ essendo m la massa del corpo il cui valore è costante. Le unità di misura della massa nel sistema pratico si possono dedurre come segue: $[m]=[P/g]=[Kg \times sec^2/m]$. La massa dell'unità di peso vale pertanto: $m=1/g$.

In molte applicazioni è più espressivo scrivere l'equazione di Newton nella forma dovuta al D'Alembert: $F-mA=0$, nella quale F indica la forza attiva e $-mA$ indica una forza fittizia "I" detta forza d'inerzia.

Il principio di D'Alembert si enuncia allora come segue:

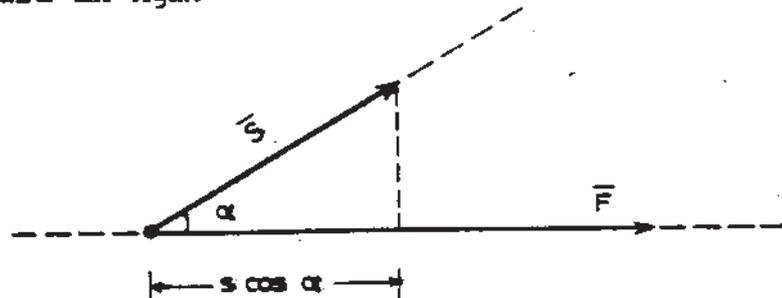
in ogni istante del moto "la risultante delle forze attive e delle forze d'inerzia è nulla", ossia le forze stesse si fanno equilibrio. In tal modo l'impostazione dei problemi di dinamica diventa semplice ed intuitiva come quella dei problemi di statica.

L'equazione di equilibrio dinamico si scrive quindi $F+I=0$.

Si definisce lavoro L di una forza F applicata ad un mobile (la cui massa si presume concentrata nel baricentro) che compie lo spostamento s lo scalare: $L=Fscos\alpha$.

Il lavoro si dice motore se risulta maggiore di zero, ossia se $\alpha < 90^\circ$, si dice resistente se è minore di zero, ossia se $\alpha > 90^\circ$. Se $\alpha = 90^\circ$ il lavoro è nullo. Nel sistema pratico il lavoro si misura in kgm.

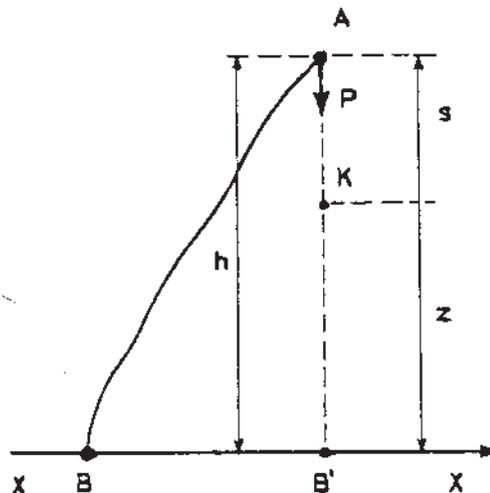
Fig. 2.13



L'energia è la capacità (o attitudine) che ha un corpo di compiere un lavoro.

Se un grave di peso P si trova in una posizione A , a quota h rispetto ad un piano orizzontale di riferimento $x-x$ (fig. 2.14), cadendo lungo la verticale AB' (o muovendo su una qualsiasi linea AB che ha per estremi A ed un punto B dell'asse $x-x$) può compiere il lavoro Ph (viceversa, sollevando il peso stesso da B' ad A occorre effettuare un lavoro, ossia occorre spendere energia).

Fig. 2.14



Si dice quindi che il grave posto in A possiede la energia potenziale Ph in quanto è in grado di compiere il lavoro Ph (se lasciato cadere). Si noti che l'energia potenziale è

dovuta sempre alla presenza di altri corpi (nell'esempio sopra richiamato, al corpo terra che esercita la forza di attrazione gravitazionale) e che essa dipende della posizione del piano di riferimento.

Se un corpo di massa m è animato dalla velocità v esso possiede l'energia cinetica pari a $mv^2/2$.

L'unità di misura dell'energia è quella stessa del lavoro. Nel campo della meccanica le due uniche forme di energia sono quelle suddette e si possono trasformare l'una nell'altra. Se il corpo è isolato, ossia se non risente dell'influenza di altri corpi, la somma dell'energia potenziale e dell'energia cinetica si mantiene costante (Principio di conservazione dell'energia).

Nell'esempio del grave che cade (fig. 2.14), supponiamo in assenza d'aria (ossia nel vuoto), gli scambi tra le due forme di energia suddette si possono dedurre dalla tabella seguente, nella quale v_k indica la velocità nel punto K e v la velocità nel punto B o B':

Posizione	Energia potenz.	Energia cinet.	Energia totale
A	Ph	0	Ph
K	$Pz = mgz$	$\frac{1}{2}mv_k^2 = \frac{1}{2}m(2gs)$	$mg(s+z) = Ph$
B'	0	$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(2gh)$	Ph

Il moto di caduta di un grave puntiforme, nel vuoto, è un moto uniformemente accelerato con accelerazione $g = \text{cost.}$ Le relazioni che intercorrono tra lo spazio s , il tempo t , e la velocità v sono le seguenti:

$$v = gt; \quad s = \frac{1}{2}vt = \frac{1}{2}gt^2; \quad v^2 = g^2t^2 = 2gs.$$

Cioè in generale $E = Pz + \frac{mv^2}{2} = \text{cost}$; dividendo per $P = mg$ si ha: $E = z + \frac{v^2}{2g} = \text{cost}$, che esprime il principio di conservazione della energia per un corpo di peso unitario.

Se invece il corpo non è isolato, durante la suddetta trasformazione, l'energia totale meccanica E non si mantiene costante, in quanto una parte di essa si trasforma in calore. Così nell'esempio precedente, se si suppone che la caduta del grave avviene in presenza d'aria, a causa dell'attrito, parte della sua energia meccanica si trasforma in energia termica che non si può utilizzare sotto forma meccanica. Si dice allora che si ha dissipazione di energia meccanica. Mettendo in conto tutte le forme d'energia il principio di conservazione dell'energia viene ovviamente verificato.

"La variazione dell'energia cinetica durante un qualunque intervallo di tempo, uguaglia il lavoro che le forze applicate al mobile eseguono nello stesso intervallo di tempo".

Tale enunciazione rappresenta il Teorema dell'energia cinetica di un mobile. Esso è una conseguenza del principio della conservazione dell'energia, e lo si può verificare nel caso del grave in caduta libera.

Si definisce potenza W il rapporto L/t fra il lavoro L compiuto e il tempo t impiegato a compierlo, ossia il lavoro compiuto nell'unità di tempo. Nel sistema pratico si misura in Kgm/sec. Altre unità di misura di uso consueto sono il cavallo (CV) generalmente usato per esprimere la potenza dei motori termici, ed il chilowatt (kW) usato per le potenze elettriche. E' opportuno ricordare che 1CV=75Kgm/sec e che 1kW=102Kgm/sec.

Conoscendo la potenza assorbita da un motore ed il tempo di funzionamento dello stesso si può calcolare il consumo di energia. Ad esempio se un motore elettrico che muove una pompa assorbe la potenza di 15 kW e funziona per 10 (ore) l'energia elettrica consumata sarà di 150 kWh (chilowattore) (Si noti che per misurare l'energia elettrica è usata l'unità kWh al posto del kqm).

2.3.2 Meccanica dei mezzi continui

La meccanica dei continui ha per oggetto i corpi di determinate dimensioni (solidi, liquidi, gas). Essi possono considerarsi formati da numerosissime particelle accostate le une alle altre, cioè da un campo continuo di materia.

In particolare per un liquido si parlerà di una particella, con riferimento ad una porzione di un mezzo continuo, così piccola da poterla ritenere puntiforme. La particella è da un punto di vista fisico divisibile in un immenso numero di molecole. La particella è un concetto qualitativo che ci servirà per descrivere alcuni fenomeni; ma ad essa non ha senso riferire delle relazioni quantitative, come ad esempio il teorema di Bernoulli che verrà successivamente dimostrato.

Sforzi nei sistemi continui: si consideri un qualsiasi volume di liquido in quiete (fig. 2.15 a) e si divida idealmente in due parti I e II mediante una superficie MN.

Se si asporta la parte II (fig. 2.15 b), la parte I rimanente può stare in equilibrio nella stessa configurazione di prima solo se si applica sulla superficie MN un apposito sistema di forze in grado di "sostenere" la parte stessa.

Tale sistema di forze deve essere eguale all'azione che la parte asportata II esercitava su quella rimasta I attraverso la superficie di separazione MN. Analogamente, pensando di asportare la parte I (fig 2.15 c), bisogna applicare su MN un sistema di forze che, per il principio di azione e reazione, è opposto al precedente, e rappresenta l'azione che la parte I esercitava sulla parte II.

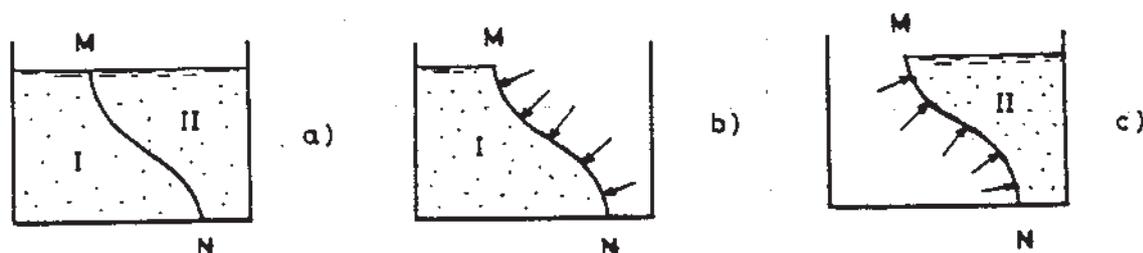


Fig. 2.15

In questo modo si è messo in evidenza come sulle due facce di una qualsiasi superficie condotta in seno ad una massa liquida si esercitano due sistemi di forze opposte; e che in particolare su un elemento di questa superficie di area infinitesima $d\sigma$ si esercitano due forze elementari opposte (fig. 2.16 a).

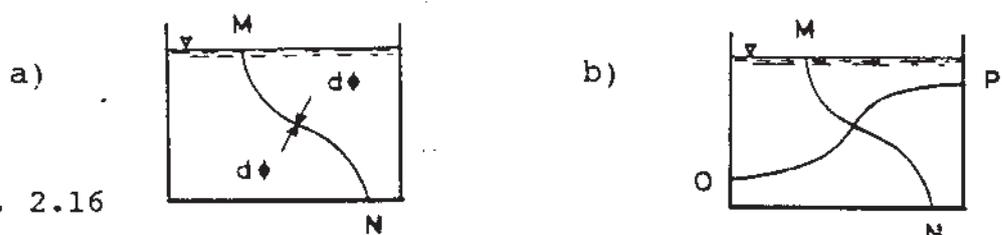


Fig. 2.16

Poiché per ogni punto si possono condurre infinite altre superfici come la OP (fig. 16 b), e quindi per ogni punto si possono concepire infinite aree elementari a ciascuna delle quali competono due forze elementari $d\Phi$, si può concludere riconoscendo che il liquido è concepito come un mezzo continuo pervaso di forze che le particelle si trasmettono

reciprocamente. E' compito della meccanica dei fluidi determinare nelle diverse circostanze la distribuzione di queste forze.

Il rapporto (finito) tra la forza infinitesima dF , che si esercita su una superficie elementare di area infinitesima $d\sigma$ di normale n (fig. 2.17) e l'area stessa, è il vettore S detto sforzo specifico, misurato nel sistema pratico in Kg/m^2 .

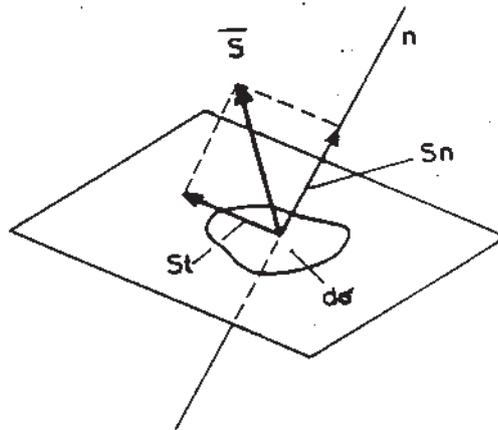


Fig. 2.17

Risulta pertanto: $S = dF/d\sigma$. S è orientato come dF , e, nel caso più generale, è inclinato rispetto alla normale n sicché si può scomporre in uno sforzo normale S_n e in uno sforzo tangenziale S_t .

Lo sforzo normale si dice di compressione se le particelle poste sulle due facce opposte di $d\sigma$ tendono ad avvicinarsi reciprocamente. Si dice di trazione quando esse tendono ad allontanarsi.

Nel primo caso, che si verifica costantemente nei liquidi, si dà il nome di pressione p al modulo dello sforzo normale: cioè $p = S_n$. Essa si misura in Kg/m^2 nel sistema pratico.

S 3 - PROPRIETA' FISICHE DEI LIQUIDI - PRINCIPI DI IDROSTATICA

I corpi presenti in natura si possono trovare in fase solida, liquida o aeriforme.

3.1 Solidi

Sono sistemi continui aventi forma e volume propri; possono essere rigidi, elastici, plastici.

3.2 Liquidi

Sono sistemi continui aventi volume proprio, ma non aventi forma propria.

Le particelle sono mobilissime; soltanto nelle deformazioni rapide si destano nei liquidi resistenze apprezzabili. Il liquido in quiete non offre resistenza alcuna alle forze che tendono a modificarne la forma, la quale è quindi quella stessa del recipiente che lo contiene. I liquidi offrono una grandissima resistenza alle forze che tendono a modificarne il volume, cioè sono praticamente incomprimibili. Pertanto il peso specifico γ non dipende dalla pressione.

3.3 Aeriformi

Sono sistemi continui che non hanno né forma né volume proprio. Sono comprimibili ed elastici.

3.4 Proprietà fisiche dei liquidi

3.4.1 Peso specifico γ =peso/volume

Nel sistema pratico il peso specifico si misura in Kg/m^3 . Poiché il Kg equivale al peso di un dm^3 di acqua distillata

alla temperatura di 4° C, per l'acqua in questa condizione $\gamma=1000 \text{ Kg/m}^3$. A temperature superiori od inferiori a 4° C, il peso specifico γ è inferiore, ma le variazioni sono in genere trascurabili per i nostri problemi.

Per l'acqua torbida $\gamma=1200 \text{ Kg/m}^3$; per l'acqua marina $\gamma=1030 \text{ Kg/m}^3$; per le nafte e le benzine $\gamma=850+650 \text{ Kg/m}^3$; per il mercurio (il liquido più pesante esistente in natura) $\gamma=13.600 \text{ Kg/m}^3$; per gli oli vegetali $\gamma=850+900 \text{ Kg/m}^3$.

Per tutti i liquidi (tranne l'acqua), al crescere della temperatura il volume aumenta e quindi il γ diminuisce sempre.

3.4.2 Densità ρ = massa/volume

Detta g l'accelerazione di gravità risulta: $\gamma=\rho g$. Pertanto

$$[\rho]=[(\text{kg/m}^3)/(\text{m/sec}^2)]=[\text{kgsec}^2/\text{m}^4].$$

Per l'acqua $\underset{\text{a } 15^\circ \text{C}}{\gamma}=1000/9,81=102 \text{ kgsec}^2/\text{m}^4$. Si possono così dedurre i valori di ρ per gli altri liquidi. Per la dipendenza di ρ dalla temperatura, valgono le considerazioni fatte a proposito di γ .

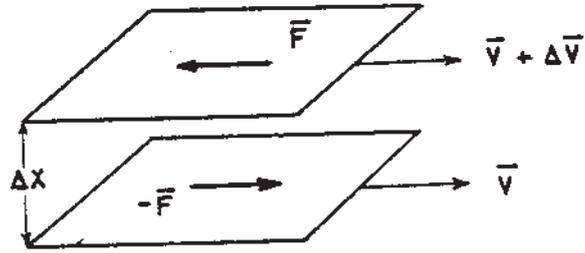
3.4.3 Viscosità μ

Con riferimento alla fig. 3.1, la forza F che si oppone allo scorrimento di una lamina liquida di area σ sull'altra, essendo le lamine distanti tra loro Δx ed essendo dotate di velocità v e $v+\Delta v$, risulta (Newton): $F=\mu\sigma\Delta v/\Delta x$.

In tale espressione μ è il coefficiente di viscosità. Le sue dimensioni sono: $[\mu]=[\text{kgm}/(\text{m}^2\text{m/sec})]=[\text{kgsec}/\text{m}^2]$. Esso varia soltanto in funzione della temperatura (decrece al crescere

della temperatura). Per l'acqua a temperatura ambiente vale circa 0,00013 kgsec/m².

Fig. 3.1



Il coefficiente di viscosità si chiama spesso anche coefficiente di attrito interno perché determina forze tangenziali tra lamine liquide in movimento a diversa velocità (come nell'attrito tra corpi solidi).

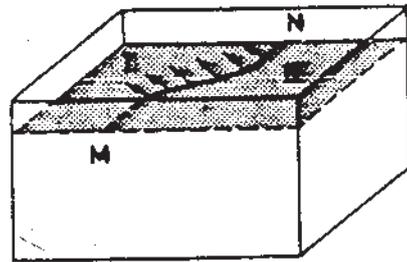
In alcune formule dell'idraulica a volte compare un'altra grandezza legata alla viscosità: la viscosità cinematica ν . Essa è pari al rapporto tra la viscosità e la densità ρ del liquido: $\nu = \mu/\rho$. Nel sistema tecnico si misura in m²/sec.

La densità e la viscosità rappresentano proprietà diverse di uno stesso liquido (ad esempio la pece, a temperatura ambiente, è meno densa dell'acqua ma più viscosa).

3.4.4 Tensione superficiale τ

La superficie di un liquido (o più generalmente la superficie di separazione tra due fluidi) si comporta come una membrana soggetta ad uno stato di tensione ^{uniforme} (fig. 3.2).

Fig. 3.2



Immaginando di tagliare in due parti I e II la superficie del liquido mediante una generica linea MN di lunghezza L, si riconosce che, per mantenere a contatto tra loro i due labbri del taglio occorre esercitare, su ciascuno di essi, una forza F.

Si definisce tensione superficiale τ il rapporto $\tau = F/L$. Si tratta, dimensionalmente di una forza per unità di lunghezza e nel sistema tecnico si misura in kg/m.

Per l'acqua a temperatura di 20 °C a contatto con l'aria, $\tau = 0,0074$ kg/m. Alla stessa temperatura, per il mercurio $\tau = 0,0550$ kg/m e per l'olio d'oliva $\tau = 0,0325$ kg/m.

All'aumentare della temperatura la tensione superficiale diminuisce. La tensione superficiale spiega diversi fenomeni fisici quali ad esempio la formazione dei menischi al contatto liquido-parete del recipiente e la forma pseudo sferica assunta dalle gocce di liquido.

3.4.5 Assorbimento degli aeriformi da parte dei liquidi

I liquidi possiedono la proprietà di assorbire e sciogliere gli aeriformi con cui vengono a contatto. Mediante l'apparecchiatura rappresentata in fig. 3.3 si verifica la legge di Henry secondo la quale per una data temperatura il peso di un gas disciolto in un dato peso di liquido è proporzionale alla pressione (agendo sul pistone con una forza maggiore la pressione aumenta ed una parte dell'aeriforme si discioglie nel liquido).

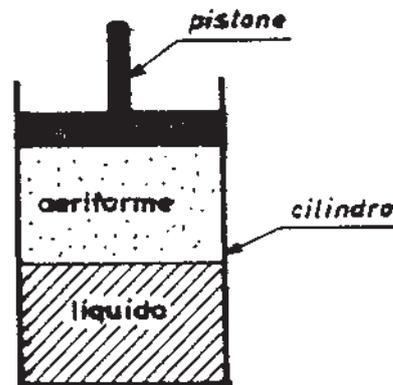


Fig. 3.3

Pertanto, come si vedrà in seguito, nei sifoni (condotte nelle quali il liquido è soggetto a pressioni relative negative) nei tratti di condotta in cui la pressione si abbassa (tratti più elevati, strozzature, etc.) c'è il pericolo che l'aria si separi dal liquido con possibili formazioni di sacche d'aria che ostacolano il regolare moto dell'acqua nella condotta. In tali circostanze accanto al gas si libera sempre anche una certa quantità del vapore del liquido.

3.5 Gli sforzi nei liquidi in quiete

In un liquido fermo non si generano forze tangenziali (per la legge di Newton): l'equilibrio quindi sussiste solo se non c'è componente del peso parallela alla superficie liquida,

cioè se questa è orizzontale come si verifica sperimentalmente.

La forza $d\Phi$ è sempre normale alla superficie elementare $d\sigma$, cioè agisce secondo la sua normale n ; lo sforzo che agisce sull'areola elementare $d\sigma$ (ossia la pressione) è dato da: $p=d\Phi/d\sigma$, cioè: $d\Phi=pd\sigma$. "La forza elementare $d\Phi$ che agisce su $d\sigma$ (normalmente ad essa) è data dal prodotto della pressione p per l'area premuta $d\sigma$ ".

Su una superficie finita solo per un valore costante di p si può scrivere $p=\Phi/\sigma$. Le pressioni p sono positive quando le particelle premono le une sulle altre; in tal caso la forza $d\Phi$ è di compressione.

Le pressioni p sono invece negative quando le particelle tendono ad allontanarsi reciprocamente; in tal caso la $d\Phi$ è di trazione.

I liquidi non resistono a sforzi di trazione, cioè in essi le pressioni effettive non sono mai negative.

3.5.1 Distribuzione delle pressioni nei liquidi in quiete

Il cilindretto ad asse verticale indicato in fig. 3.4, isolato in seno alla massa di liquido in quiete la quale, a sua volta, si suppone isolata dall'ambiente esterno (assenza dell'atmosfera), è un particolare corpo in quiete soggetto alla forza peso dP , alla spinta $d\Phi$ che il liquido esterno esercita sulla sua base, ed alla spinta $d\Phi_1$ che il liquido esterno esercita sulla sua superficie laterale. A questo corpo si può applicare l'equazione cardinale della statica, $\Sigma F=0$, che si scrive in questo caso: $dP+d\Phi+d\Phi_1=0$. Proiettando

tale equazione lungo la verticale (orientata ad esempio positivamente verso il basso), non avendo il vettore $d\Phi$, componente lungo la verticale, in quanto risulta normale a tale direzione, l'equazione si scrive:

$$dP - d\Phi = 0$$

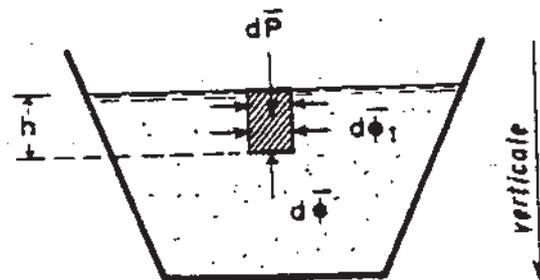
ed esplicitando si ha:

$$\gamma h d\sigma - p d\sigma = 0$$

da cui risulta:

$$p = \gamma h$$

Fig. 3.4



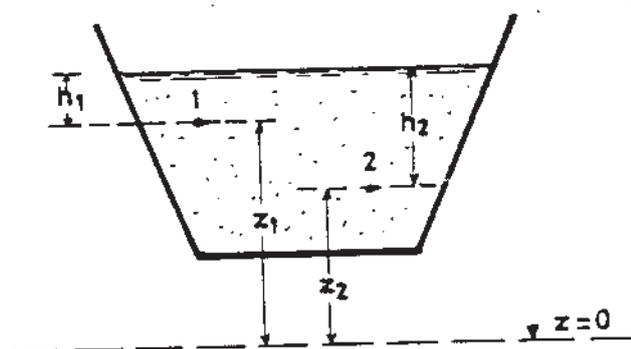
La pressione su un qualunque elemento di superficie orizzontale è quindi proporzionale all'affondamento h dell'elemento al disotto della superficie libera; tale valore equivale precisamente al peso di una colonna liquida alta h metri e di sezione pari ad 1m^2 . Pertanto la pressione cresce col crescere dell'affondamento del punto sotto la superficie libera. A pari affondamento del punto sotto la superficie libera, la pressione cresce al crescere del peso specifico del liquido. Lungo uno stesso piano orizzontale, essendo $h = \text{cost}$, la pressione p è costante. Si dimostra, conseguentemente al fatto che la spinta $d\Phi$ è sempre normale all'elemento di superficie su cui agisce, che la pressione in un qualsiasi punto valutata su un elemento di superficie comunque inclinato, è uguale a quella agente sull'elemento

orizzontale passante per il punto considerato; ciò significa che la pressione è indipendente della direzione.

3.5.2 Equazione dell'idrostatica in forma indefinita o locale (valida per ogni punto della massa liquida in equilibrio)

Con riferimento alla fig. 3.5, assunto un piano orizzontale di riferimento $z=0$ dal quale si valutano le quote geometriche z (positivamente verso l'alto), e indicato ancora con h l'affondamento sotto il pelo libero, per due punti 1 e 2 si può scrivere l'uguaglianza geometrica: $z_1+h_1 = z_2+h_2$; e poiché $p_1=\gamma h_1$ e $p_2=\gamma h_2$, si ha l'equazione: $z_1+\frac{p_1}{\gamma} = z_2+\frac{p_2}{\gamma}$.

Fig. 3.5



Poiché l'uguaglianza suddetta si può esprimere con riguardo a tutti i punti della massa liquida considerata, si può scrivere in generale:

$$z + \frac{p}{\gamma} = \text{costante}$$

In tale uguaglianza z rappresenta la quota geometrica del generico punto, p/γ viene definita altezza piezometrica e rappresenta l'altezza di una colonna di liquido di peso specifico γ che esercita alla propria base la pressione p (si verifichi attraverso l'analisi dimensionale che p/γ ha le

dimensioni di una lunghezza), e la loro somma si chiama quota piezometrica.

L'equazione suddetta è l'equazione indefinita o locale dell'idrostatica valida cioè per ogni punto di una massa di liquido in quiete; essa può enunciarsi nel modo seguente: "Per ciascuna massa di liquido in quiete la quota piezometrica è costante". Tale equazione si deduce dalla relazione $p=\gamma h$, pertanto ha lo stesso suo valore; commentandola, si perviene alla conclusione che in particolare per valori di $z=\text{cost}$, deve essere $p=\text{cost}$, per cui i piani orizzontali sono isobarici; a valori $z_2 > z_1$ corrispondono valori di $p_2 < p_1$, in quanto se z cresce p deve decrescere e viceversa.

3.5.3 Equazione della idrostatica in forma globale (valida per ogni volume della massa liquida in equilibrio)

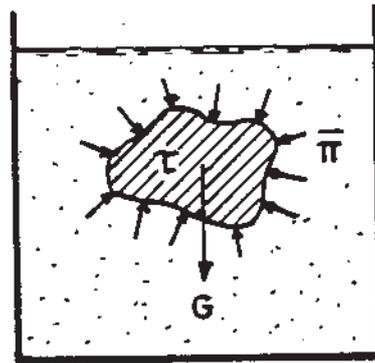
Si isoli un volume liquido τ qualsiasi in seno ad una massa liquida in quiete, avente per contorno una superficie chiusa σ che può essere tutta costituita da liquido o in parte costituita dalla parete del recipiente o anche dalla superficie libera del liquido (fig. 3.6).

Per tale volumetto vale l'equazione cardinale della statica, secondo la quale il risultante di un sistema di forze equilibrato è nullo, che in formula si scrive:

$$G + \pi = 0$$

dove G è la forza di massa che rappresenta il peso del volume τ considerato, e π il risultante di tutte le forze superficiali che si esercitano sul volume isolato attraverso tutta la superficie di contorno σ .

Fig. 3.6



Tale equazione è l'equazione globale dell'idrostatica, valida per un qualsiasi volume di liquido in quiete. Essa è già stata applicata al cilindretto per dedurre l'espressione $p=\gamma h$ (per dedurre cioè l'equazione indefinita dell'idrostatica). Viceversa, dalla equazione indefinita si può dedurre quella globale; le due forme pertanto sono equivalenti ed hanno lo stesso significato fisico. A seconda dei casi, per risolvere i problemi pratici, può essere più conveniente applicare l'una o l'altra forma.

3.5.4 Diagrammi delle pressioni lungo una direzione

La fig. 3.7 rappresenta un modo molto espressivo di indicare come varia la pressione sulle pareti di un contenitore entro il quale è racchiusa una massa liquida di peso specifico γ .

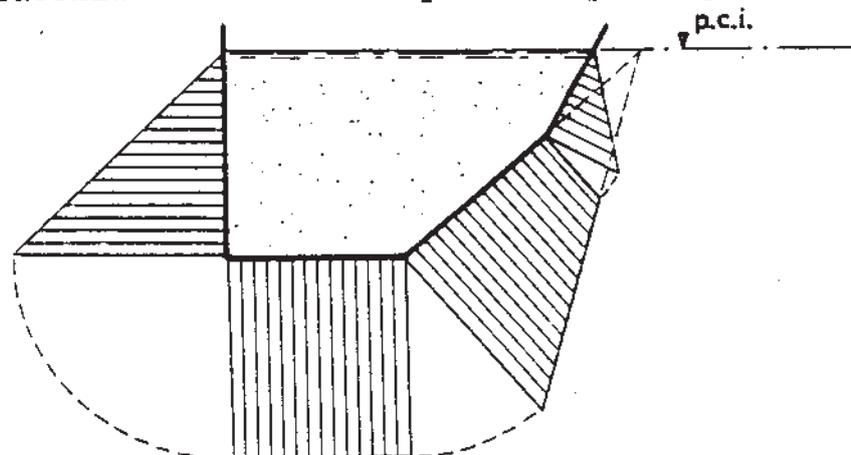


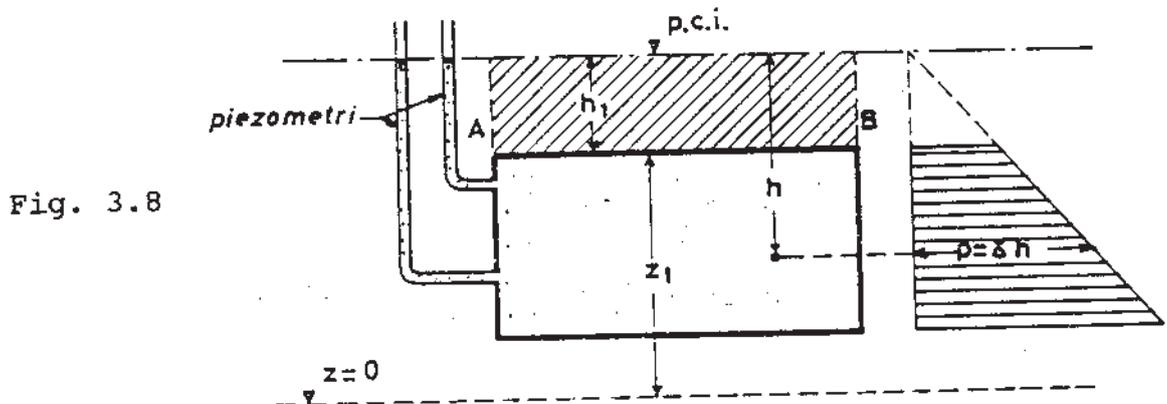
Fig. 3.7

Per potere disegnare il diagramma delle pressioni bisogna conoscere la pressione in almeno due punti della direzione

considerata ed occorre ovviamente scegliere una opportuna scala di rappresentazione delle pressioni stesse. I corrispondenti segmenti alle varie pressioni si riportano (convenzionalmente) perpendicolarmente alla direzione considerata.

3.5.5 Piano dei carichi idrostatici.

Con riferimento al serbatoio di fig. 3.8, si sopprima la parte superiore del liquido contenuto in esso (zona tratteggiata), e si ponga un coperchio AB capace di esercitare alla quota z_1 la stessa pressione p_1 che esercitava la colonna liquida di altezza h_1 soppressa; in questo modo si realizza un recipiente in pressione, nel quale non è stato alterato il regime delle pressioni preesistenti.

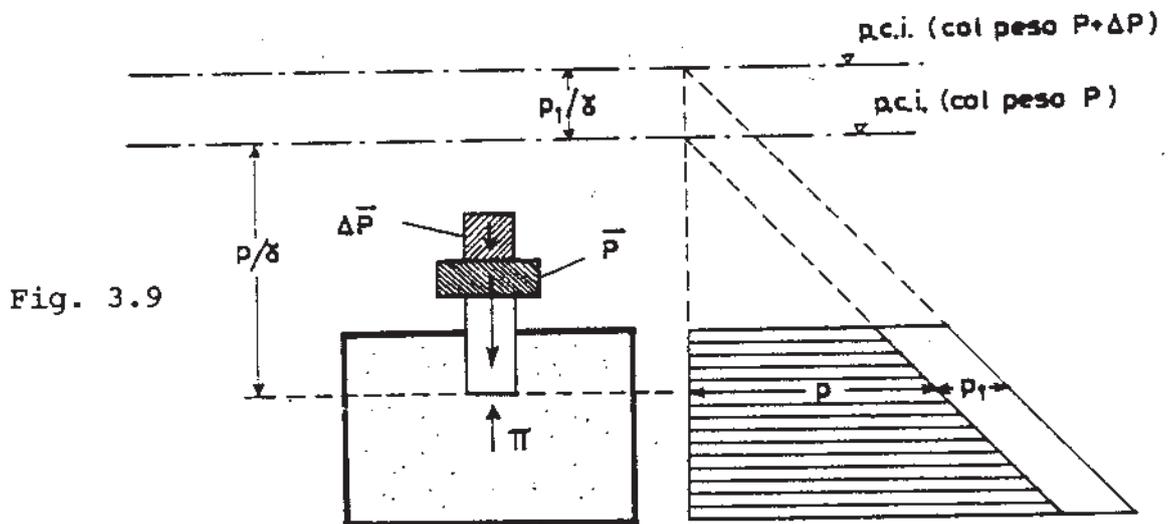


Esse crescono verticalmente secondo il trapezio indicato nella stessa figura e cioè proporzionalmente all'affondamento h al disotto del piano orizzontale che costituiva la superficie libera e che si definisce piano dei carichi idrostatici (p.c.i.).

Il p.c.i. è il piano in corrispondenza del quale il liquido avrebbe la pressione atmosferica; esso può essere evidenziato attraverso un piezometro che è costituito da un tubo

trasparente (non capillare) entro cui il livello idrico si porta alla quota del p.c.i., qualunque sia l'andamento del tubo (tale fatto è espressione del principio dei vasi comunicanti che è in realtà conseguenza della equazione indefinita dell'idrostatica).

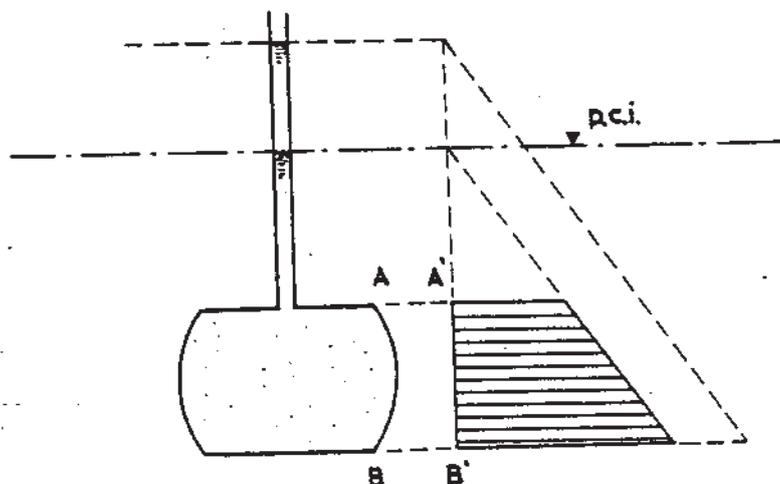
Il p.c.i. si può quindi individuare conoscendo la pressione in un punto della massa liquida. Ad esempio in fig. 3.9 il peso P che grava sul pistone è equilibrato dalla spinta π agente alla base del pistone di area σ .



Risultando per l'equilibrio $P = -\pi = p\sigma$, risulta: $p = \frac{P}{\sigma}$. Il p.c.i. si trova a quota $\frac{p}{\gamma} = \frac{P}{(\sigma\gamma)}$, al di sopra della base del pistone. Se sul pistone si aggiunge un peso supplementare ΔP , la pressione alla base del pistone diventa $p + p_1 = \frac{(P + \Delta P)}{\sigma}$, e il p.c.i. si innalza della quantità $\frac{p_1}{\gamma} = \frac{\Delta P}{(\sigma\gamma)}$. In ogni punto della massa liquida la pressione si è incrementata del valore p_1 . Questa proposizione esprime il principio di Pascal il quale è pure stato dedotto dall'equazione indefinita dell'idrostatica.

Al principio di Pascal si ricollega il notissimo "paradosso idrostatico" della botte (fig. 3.10).

Fig. 3.10



Ad una botte piena d'acqua si applichi un lungo e sottile tubo verticale. Versando gradualmente acqua nel tubicino, ad una certa quota del livello idrico la botte scoppia. Ciò accade perché l'entità delle pressioni non dipende dalla quantità di liquido in gioco, ma unicamente dalla quota del p.c.i.

§ 4 - IDROSTATICA DEGLI AERIFORMI - MISURA DELLE PRESSIONI - CALCOLO DELLE SPINTE - APPLICAZIONI

4.1 Idrostatica degli aeriformi

Il peso specifico γ degli aeriformi è molto piccolo; per l'aria $\gamma=1,29 \text{ kg/m}^3$ (1/800 del γ dell'acqua). Per gli aeriformi in quiete non si hanno sforzi tangenziali. La pressione in un punto è uguale in tutte le direzioni e, per volumi non molto estesi, essa è la stessa in tutti i punti, come si riconosce trascurando il peso del cilindretto di fig. 3.4, di cui si è studiato l'equilibrio, supponendo che al posto del liquido ci sia un aeriforme; per volumi estesi non vale l'equazione indefinita dell'idrostatica $z+\frac{p}{\gamma}=\text{cost}$, in quanto questa presupporrebbe un peso specifico γ costante; negli aeriformi infatti il peso specifico varia con la pressione stessa trattandosi di fluidi comprimibili. Si definisce pressione atmosferica normale p_a^* la pressione esercitata da una colonna di mercurio alta 76 cm al livello del mare; poiché il peso specifico γ_m del mercurio vale 13.600 Kg/m^3 si ha: $p_a^*=0,76 \times 13.600 = \underline{10.330 \text{ Kg/m}^2}$. La pressione atmosferica corrisponde anche alla pressione esercitata da una colonna di acqua di altezza h pari a $p_a^*/\gamma = 10.330/1000 = 10,33\text{m}$.

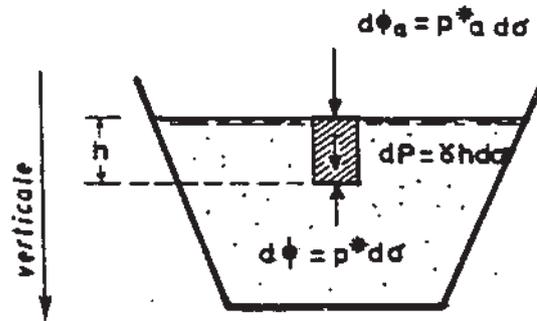
4.2 Pressione assoluta e pressione relativa

Con riferimento alla fig. 4.1 si consideri l'equilibrio del cilindretto di liquido indicato (in presenza dell'atmosfera): esercitandosi sulla superficie libera la pressione atmosferica, l'equazione cardinale della statica proiettata

lungo la verticale orientata positivamente verso il basso, si scrive:

$$p_a^* d\sigma + \gamma h d\sigma = p^* d\sigma$$

Fig. 4.1



Esplicitando $p^* - p_a^*$ e dividendo entrambi i membri dell'equazione per $d\sigma$, si ottiene:

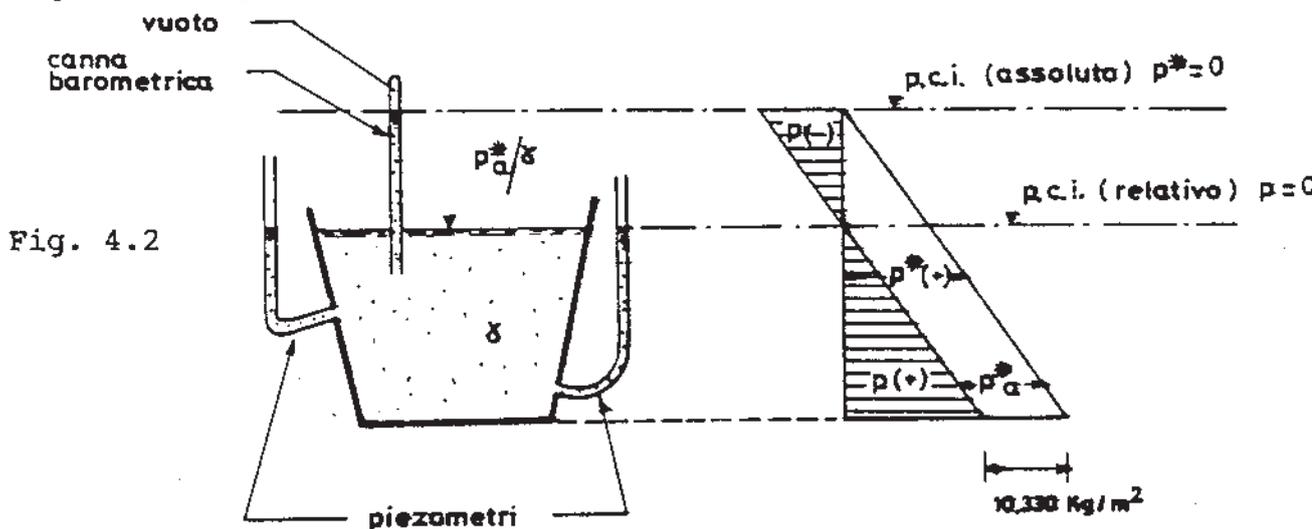
$$p^* - p_a^* = \gamma h.$$

Questa espressione è analoga a quella già ottenuta per calcolare la pressione nei punti interni ad un volume liquido in equilibrio isolato dall'atmosfera $p = \gamma h$, nella quale il termine $p = p^* - p_a^*$, rappresenta la cosiddetta pressione relativa e cioè la differenza fra la pressione assoluta p^* che effettivamente sollecita le particelle di liquido e la pressione atmosferica p_a^* . La pressione assoluta p^* rappresenta il valore effettivo della pressione alla quale sono soggetti i singoli punti del liquido posti a profondità h rispetto al p.c.i., ma nei problemi di pratico interesse, come ad esempio nel calcolo della spinta sulle pareti interne di un recipiente che contiene un liquido, interessa conoscere la pressione relativa p , perché nella generalità dei casi i liquidi si trovano totalmente immersi in un ambiente in cui regna la pressione atmosferica, e l'effetto della stessa produce forze che si annullano (nel caso della spinta su una parete di un recipiente la componente della spinta dovuta alla pressione atmosferica che agisce dall'interno del

serbatoio verso l'esterno è equilibrata dalla spinta che la massa d'aria esplica sulla parte esterna).

La pressione relativa $p = p^* - p_a^*$, risulta maggiore di zero se $p^* > p_a^*$; risulta pari a zero nel caso che $p^* = p_a^*$, e risulta minore di zero nel caso in cui $p^* < p_a^*$ (depressione). Le pressioni relative negative non possono avere modulo maggiore di 10.330 Kg/m^2 perché ciò implicherebbe: $p^* < 0$. Dovendo risultare sempre $p^* \geq 0$ (non potendo i liquidi resistere a sforzi di trazione) si può calcolare ponendo per $p^* = 0$ la massima depressione teorica che risulta pari a 10.330 Kg/m^2 .

La fig. 4.2, rappresentativa dell'esperienza di Torricelli, mette in evidenza i diagrammi delle pressioni relative p e di quelle assolute p^* ed anche il p.c.i. relativo sul quale si ha $p = 0$ ed il p.c.i. assoluto in corrispondenza del quale si ha $p^* = 0$. Il valore $\frac{p_a^*}{\gamma}$ risulta pari a $10,33\text{m}$ se il liquido è acqua, ed è pari a $0,76\text{m}$ se il liquido è mercurio.

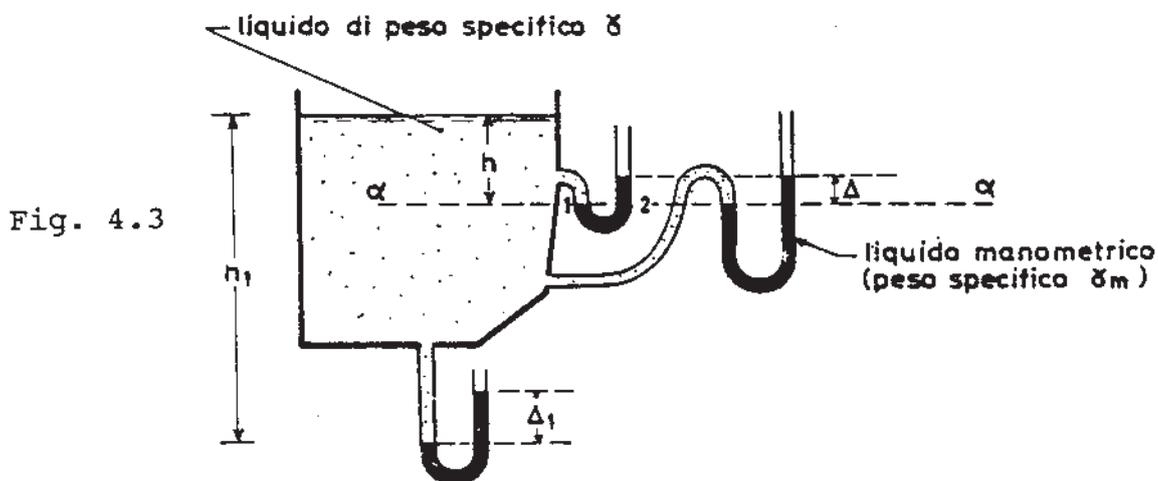


4.3 Misura delle pressioni

Il piezometro è un tubo trasparente non capillare aperto superiormente, applicato ad un recipiente in cui è contenuto un liquido; qualunque sia il punto di applicazione del tubo,

il livello liquido si porta alla quota del p.c.i. relativo che può essere visualizzato dall'esterno del recipiente medesimo. In ciò si riconosce il principio dei vasi comunicanti. Esso potrebbe essere usato per misurare la pressione a diverse quote del liquido contenuto nel recipiente. Nei casi in cui si debbano misurare valori elevati di pressione il piezometro non può essere usato in quanto risulterebbe troppo alto, per cui vengono utilizzati i seguenti altri strumenti di misura delle pressioni.

Il manometro semplice a mercurio è, come il piezometro, costituito da un tubo trasparente aperto superiormente nel quale viene introdotto un liquido (liquido manometrico) avente peso specifico diverso e generalmente maggiore, del liquido contenuto dentro il serbatoio.



Con riferimento alla fig. 4.3, lungo il piano α - α orizzontale condotto in corrispondenza della superficie di separazione tra i due liquidi, la pressione è costante essendo la superficie di separazione stessa in equilibrio, per cui la pressione in corrispondenza del punto 1, pari a γh , è la stessa di quella in corrispondenza del punto 2 che risulta pari a $\Delta \gamma_m$. Pertanto si ha:

$$\gamma h = \Delta \gamma_m.$$

Con tale relazione dato h può ricavarsi Δ o viceversa, misurato Δ può ricavarsi h . L'indicazione manometrica Δ non dipende dal punto di applicazione del manometro, ma unicamente dall'affondamento h del menisco di separazione tra i due liquidi.

Il manometro metallico o di Bourdon è costituito da un tubo deformabile di sezione trasversale ellittica come quello indicato in fig. 4.4.

manometro metallico

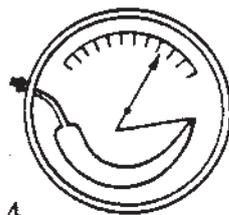


Fig. 4.4

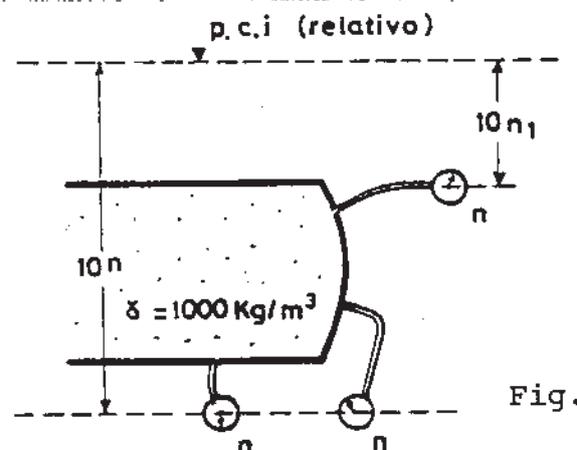


Fig. 4.5

La deformazione del tubo per effetto della differenza tra la pressione interna e la pressione esterna, consente di fare muovere un indice su di una scala graduata (generalmente in Kg/cm^2 o in atmosfere tecniche), in modo da effettuare una misura che rappresenta la pressione relativa in corrispondenza del centro del manometro. Attraverso la lettura effettuata è quindi possibile risalire alla posizione del p.c.i. relativo. Infatti se su di esso si legge " n " Kg/cm^2 la distanza del p.c.i. dal centro del manometro è $10.000n/\gamma$ [m], essendo $10.000n$ il valore di pressione misurato ed espresso in Kg/m^2 .

Per l'acqua $\gamma=1000 \text{ Kg/m}^3$ per cui il il p.c.i. relativo si trova a distanza $10n$ dal baricentro del manometro. Osservando

la fig. 4.5 si può affermare che non ha importanza la posizione del punto di attacco del manometro ai fini della misura, ma soltanto la posizione del suo baricentro dal p.c.i.

4.4 Spinta su una superficie piana

4.4.1 Superficie di forma qualsiasi

Si consideri la superficie piana circolare di fig. 4.6: le spinte elementari $d\Pi$ sono tutte parallele, essendo le aree elementari $d\sigma$ appartenenti ad una superficie piana; si può quindi scrivere che il modulo Π , risultante dalla somma di tutte le spinte elementari $d\Pi$ agenti sulle areole elementari $d\sigma$, è pari a:

$$\Pi = \int d\Pi = \int \gamma h d\sigma = \gamma \operatorname{sen} \alpha \int y_0 d\sigma$$

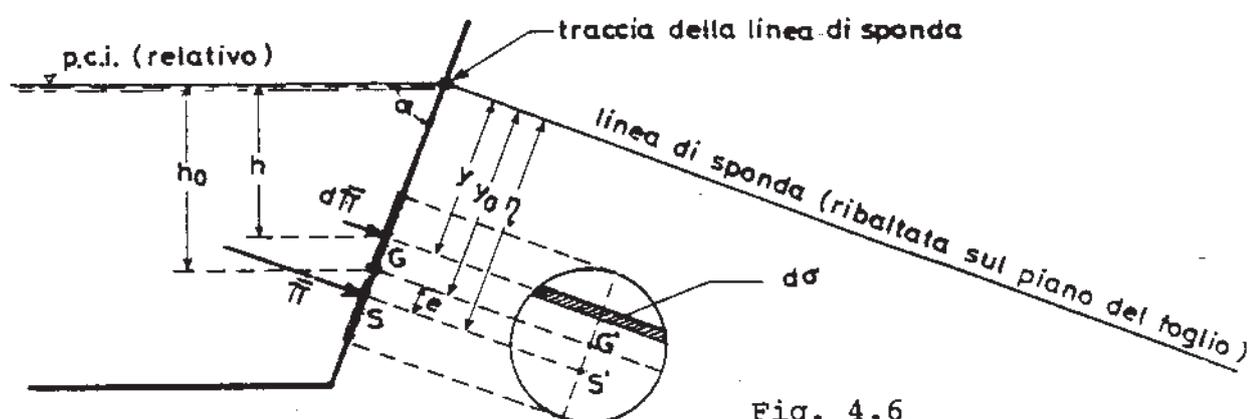


Fig. 4.6

L'integrale $\int y_0 d\sigma$ è il momento statico della superficie σ rispetto alla linea di intersezione del piano contenente la superficie con il piano dei carichi idrostatici, detta "linea di sponda". Detta y_0 la distanza del baricentro dalla linea di sponda, per definizione di baricentro risulta: $\int y_0 d\sigma = y_0 \sigma$, sicché: $\Pi = \gamma (\operatorname{sen} \alpha) y_0 \sigma$, e se si considera che: $h_0 = y_0 \operatorname{sen} \alpha$, e $p_0 = \gamma y_0 \operatorname{sen} \alpha$ si ottiene $\Pi = p_0 \sigma$. Ciò significa che il modulo della spinta Π sulla superficie considerata è uguale al

prodotto della pressione nel baricentro per l'area σ della superficie". La spinta risulta rivolta ovviamente contro la superficie.

La retta di azione può determinarsi attraverso l'applicazione del teorema di Varignon, secondo il quale il risultante dei momenti di un sistema di vettori rispetto ad un asse è pari al momento del risultante dei vettori calcolato rispetto allo stesso asse. Deve risultare dunque:

$$\int y d\Pi = \eta \int d\Pi$$

nella quale il primo termine rappresenta il momento risultante delle spinte elementari rispetto alla retta di sponda, (che per definizione è la retta di intersezione tra il p.c.i. e il piano contenente la superficie considerata), il secondo termine rappresenta invece il momento del risultante delle spinte elementari calcolato sempre rispetto alla retta di sponda. Esplicitando η si ottiene:

$$\eta = \frac{\int y y \sin \alpha \, d\sigma}{\int y \sin \alpha \, d\sigma} = \frac{\int y^2 d\sigma}{\int y d\sigma} = \frac{I}{M}$$

nella quale I rappresenta il momento d'inerzia della superficie considerata rispetto alla retta di sponda ed M il momento statico della stessa superficie rispetto alla retta di sponda. Essendo laborioso il calcolo del momento di inerzia rispetto alla retta di sponda (che può trovarsi in una posizione qualsiasi rispetto alla superficie premuta), conviene ricorrere al teorema di trasposizione dei momenti, secondo il quale il momento di inerzia I rispetto alla retta di sponda è pari alla somma del momento di inerzia della superficie σ considerata rispetto all'asse baricentrico

parallelo alla retta di sponda (che per le figure geometriche semplici è possibile trovare nei manuali tecnici), ed il prodotto tra l'area della superficie σ e il quadrato della distanza tra l'asse baricentrico e la retta di sponda. In formula:

$$I = I_0 + \sigma y_0^2$$

Pertanto, se dalla relazione: $\eta = \frac{I}{M}$, si esplicita il momento di inerzia I ricavato con il teorema di trasposizione e si considera che $y_0 \sigma = M$, si ottiene:

$$\eta = \frac{\sigma y_0^2}{\sigma y_0} + \frac{I_0}{M}$$

e quindi:

$$\eta - y_0 = \frac{I_0}{M}$$

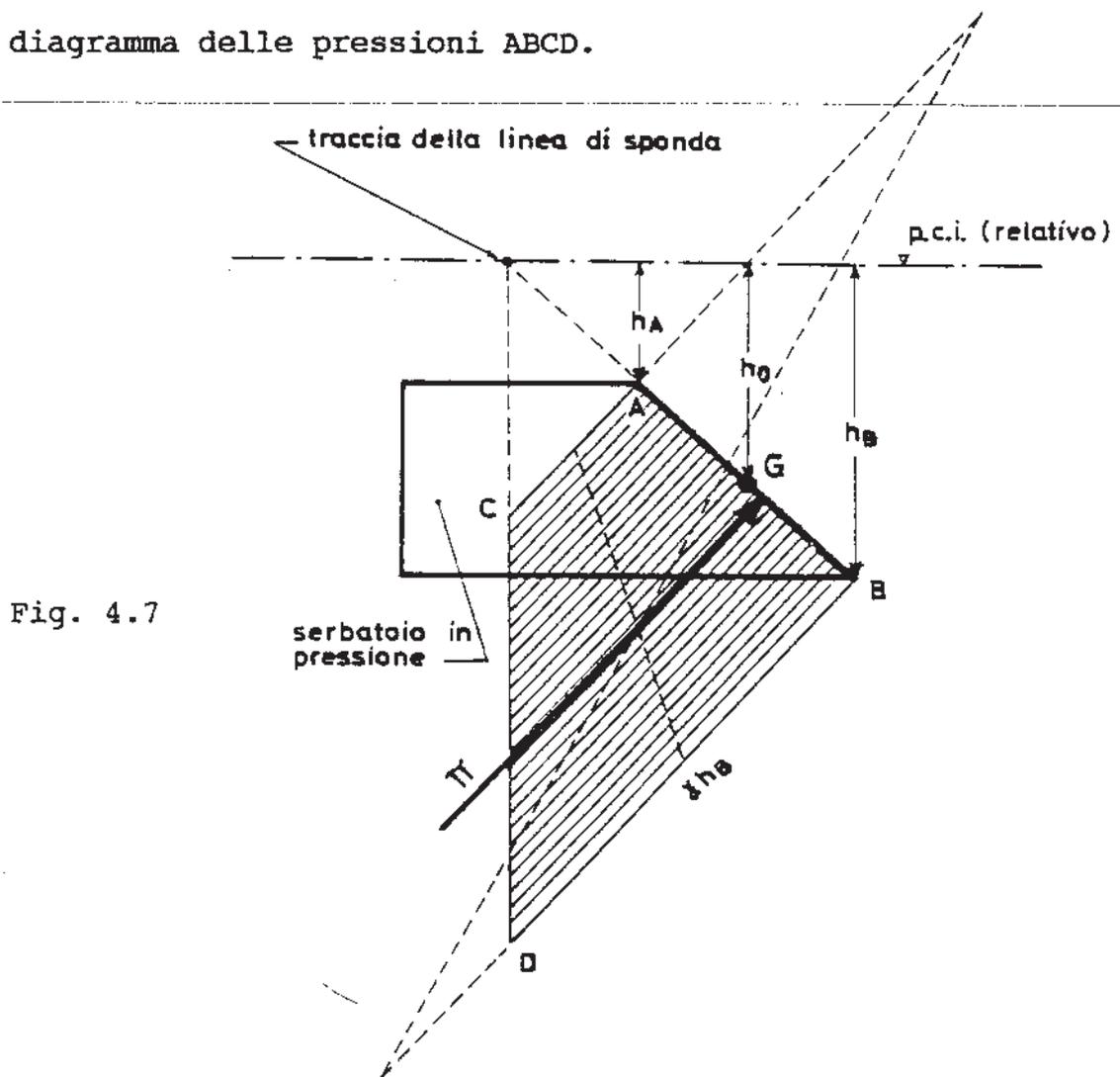
nella quale $\eta - y_0$ rappresenta l'eccentricità e del punto di applicazione della spinta rispetto al baricentro della superficie considerata (vedi fig. 4.6). Il centro di spinta S si trova quindi più in basso del baricentro G di un segmento pari al rapporto fra il momento d'inerzia I_0 rispetto all'asse baricentrico parallelo alla retta di sponda ed il momento statico M calcolato sempre rispetto alla retta di sponda. Se la superficie premuta è orizzontale, la retta di sponda va all'infinito e pertanto, valendo $M = \infty$, deve risultare $e = 0$; ciò significa che la spinta in tal caso va applicata in corrispondenza del baricentro della figura.

4.4.2 Superficie piana rettangolare con due lati orizzontali

Sulla superficie rettangolare AB riportata in fig. 4.7 di lunghezza L, la spinta per le considerazioni fatte precedentemente, vale:

$$\Pi = p_0 LAB = \gamma h_0 LAB = \gamma \frac{h_a + h_b}{2} LAB$$

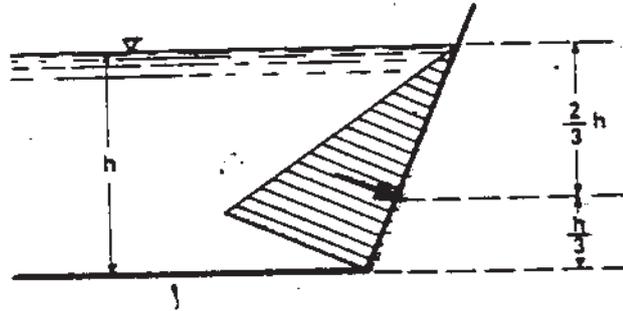
nella quale $LAB = \sigma$, e $\gamma \frac{h_a + h_b}{2} AB$, rappresenta l'area del diagramma delle pressioni ABCD.



Si può concludere quindi che l'area del diagramma delle pressioni ABCD, moltiplicata per la lunghezza L della superficie, misura il modulo della spinta Π . Essa passa per

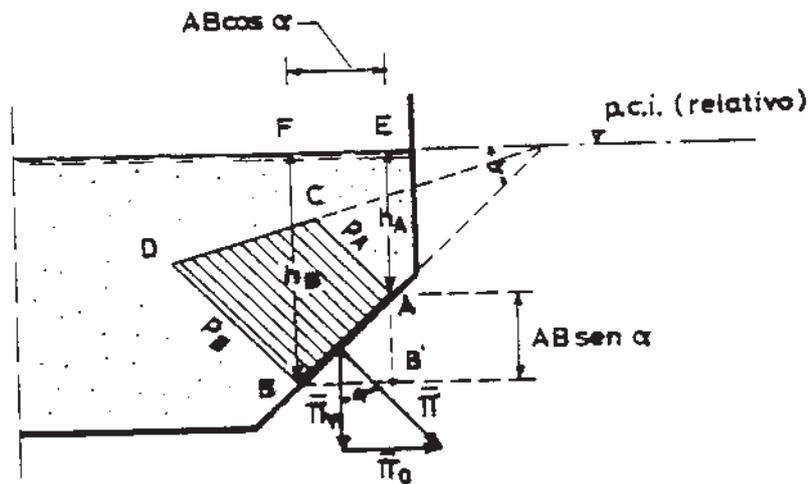
il baricentro dell'area ABCD rappresentativa del diagramma delle pressioni; nel caso particolare di fig. 4.8, la spinta è applicata ad un terzo dell'altezza rispetto alla base.

Fig. 4.8



Per calcolare le componenti orizzontale e verticale della spinta (fig. 4.9) occorre proiettare il valore ricavato rispettivamente in direzione orizzontale e verticale.

Fig. 4.9



Risultando $\Pi = L \frac{p_a + p_b}{2} AB$ e considerando che le componenti orizzontale Π_0 e verticale Π_v valgono rispettivamente $\Pi_0 = \Pi \sin \alpha$ e $\Pi_v = \Pi \cos \alpha$, si può ricavare $\Pi_0 = L \frac{p_a + p_b}{2} AB \sin \alpha$; la componente orizzontale della spinta risulta quindi pari alla spinta sulla proiezione verticale AB' della superficie data AB .

La componente verticale Π_v è invece data da $\Pi_v = L \frac{p_a + p_b}{2} AB \cos \alpha = \gamma L \frac{h_a + h_b}{2} AB \cos \alpha$ nella quale $\frac{h_a + h_b}{2} AB \cos \alpha$, rappresenta l'area del trapezio $ABEF$ per cui, il valore $L \frac{h_a + h_b}{2} AB \cos \alpha$, è un termine

che esprime il volume del liquido che sovrasta la superficie considerata AB.

Il valore $\gamma L \frac{h_a + h_b}{2} AB \cos \alpha$, pari a Π_v , rappresenta il peso del volume liquido compreso tra la superficie considerata AB ed il p.c.i. relativo del liquido interno al serbatoio.

§ 5 CAPILLARITÀ - CINEMATICA DEI LIQUIDI -
FONDAMENTI DI DINAMICA DEI LIQUIDI PERFETTI

5.1 Capillarità

La capillarità è una manifestazione della tensione superficiale τ e si può mettere in evidenza con l'esperienza mostrata in fig. 5.1. Si immergono due lamine in un recipiente contenente liquido: se le lamine sono vicine, il livello liquido tra le lamine risulta a quota apprezzabilmente diversa rispetto a quella del liquido esterno alle lamine: precisamente risulta a quota inferiore se il liquido non bagna le pareti (nel caso del mercurio nel quale la coesione fra le particelle liquide prevale sulla adesione fra liquido e solido); è invece a quota superiore se il liquido bagna le pareti come nel caso dell'acqua nella quale l'adesione prevale sulla coesione. La spiegazione si riconosce subito dall'osservazione della superficie del liquido contenuto tra le due lamine (menisco); essa risulta concava verso il basso nel caso in cui il liquido non bagna le pareti (fig. 5.1a), e concava verso l'alto se il liquido contenuto tra le lamine bagna le pareti (fig. 5.1b).

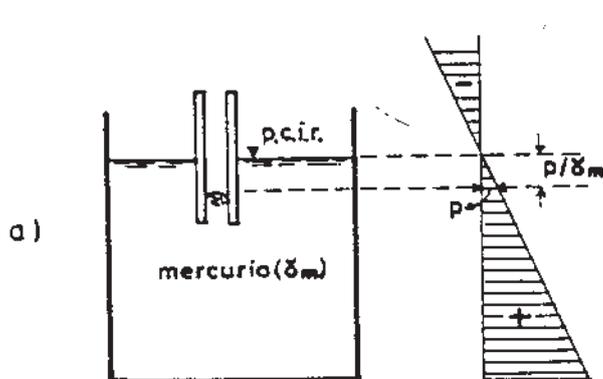


Fig. 5.1 a

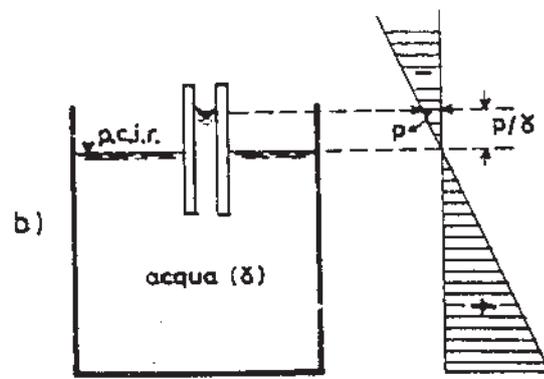
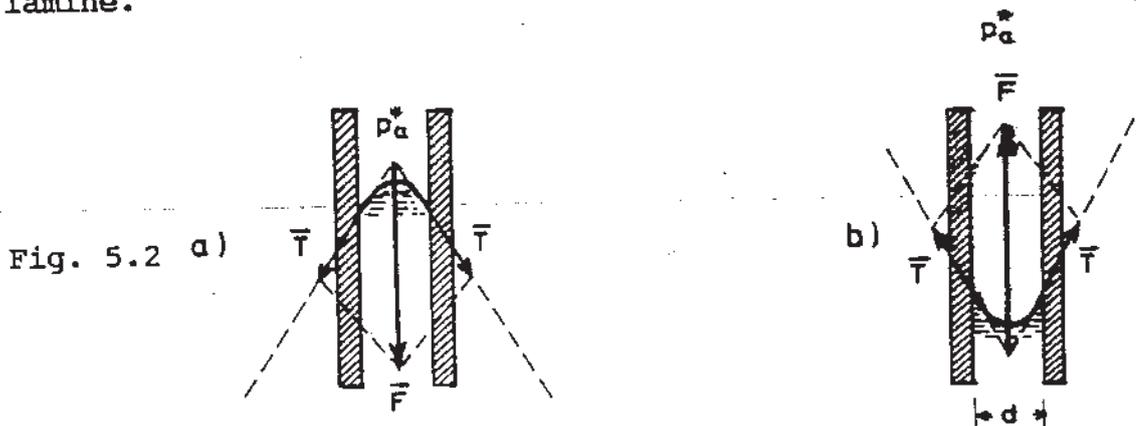


Fig. 5.1 b

Su ogni metro lineare delle due lamine pertanto, le due forze T (fig. 5.2) risultanti delle tensioni superficiali, si sommano vettorialmente dando luogo ad una unica forza F alla quale corrisponde una pressione pari a F/σ essendo $\sigma=dxl$, nella quale d rappresenta la distanza tra le due lamine.



Il valore della pressione F/σ nel caso di liquido il cui menisco non bagna le pareti delle lamine, si somma alla pressione atmosferica p_a^* per cui la pressione in corrispondenza del menisco vale, in termini assoluti, $p^*=p_a^*+\frac{F}{\sigma}$, mentre in termini relativi risulta $p=p^*-p_a^*=\frac{F}{\sigma}$; risultando la pressione relativa positiva, si ha che il livello liquido interno alle lamine, si pone al disotto del p.c.i.r., di un segmento pari a $\frac{p}{\gamma_{H_2O}}$. Nel caso in cui invece il liquido bagna le pareti delle lamine, la $\frac{F}{\sigma}$ si deve sottrarre alla pressione atmosferica, per cui risulta: $p^*=p_a^*-\frac{F}{\sigma}$, cosicché la pressione relativa vale: $p=p^*-p_a^*=-\frac{F}{\sigma}<0$, e pertanto il livello interno si dispone al disopra del p.c.i.r., ad una altezza pari al segmento $\frac{p}{\gamma_{H_2O}}$. Il dislivello $h=\frac{p}{\gamma}$, è inversamente proporzionale alla sezione idrica σ e dipende dal risultante F , somma delle forze tangenziali T

che si destano nel sistema liquido-solido, e dall'angolo di contatto α in corrispondenza del sistema liquido-aeriforme-solido. Lo stesso discorso può farsi per un tubicino di diametro d al quale può applicarsi la legge di Borelli-Jourin secondo cui il prodotto del dislivello h tra la quota del menisco e la quota del p.c.i.r. e del diametro d risulta essere costante $(h \cdot d = \text{cost})$. Tale costante assume un valore pari a 30 mm^2 per il sistema acqua-aria-vetro ed un valore pari a 10 mm^2 per il sistema mercurio-aria-vetro essendo h e d misurati in mm. Nei mezzi porosi con meati sottili (come ad esempio nel terreno agrario), la risalienza dell'acqua per capillarità è sensibile e influenza molti e interessanti fenomeni.

5.2 Cinematica dei liquidi

5.2.1 Tipi di correnti

Un volume liquido in moto si dice corrente quando le traiettorie delle diverse particelle che lo compongono costituiscono un fascio di linee che si possono considerare praticamente parallele (volume che defluisce in un fiume o in una condotta intubata).

Le problematiche che si pongono nello studio delle correnti idriche sono diverse a seconda che si tratti di:

- a) GETTI che muovono nell'atmosfera in modo che tutta la loro superficie di contorno è interamente superficie libera.
- b) CORRENTI IN PRESSIONE O FORZATE nelle quali il liquido occupa tutta la condotta e non è in alcun punto a contatto con l'atmosfera.
- c) CORRENTI A PELO O SUPERFICIE LIBERA nelle quali il liquido occupa solo la parte inferiore del recipiente o

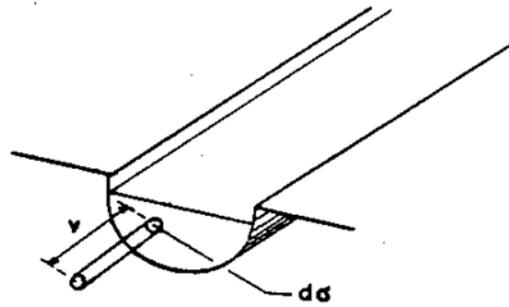
alveo, ed è a contatto con l'atmosfera lungo la superficie che lo delimita superiormente, detta superficie libera.

Le grandezze che caratterizzano le correnti sono:

- sezione trasversale che rappresenta la superficie ottenuta tagliando la corrente in modo che essa risulti in ogni suo punto perpendicolare alla traiettoria passante per il punto stesso;
- portata in una sezione, che rappresenta il volume liquido che attraversa nell'unità di tempo la sezione considerata. Essa si indica con Q , e si misura, nel sistema pratico, in m^3/s ($1m^3/s=1000l/s$; $1l/min=1/60l/s$; $1m^3/h=1/3,6l/s$). Se la portata Q è costante nel tempo (moto permanente), essa risulta semplicemente pari al rapporto tra il volume τ defluito nel tempo t ed il tempo stesso. In formula: $Q = \tau/t$. In genere la velocità delle singole particelle varia da punto a punto ed è sempre nulla al contatto con le pareti del recipiente: gli estremi di tutti i segmenti che misurano le velocità definiscono una superficie che rappresenta il diagramma spaziale delle velocità; il volume racchiuso tra questa superficie e la sezione trasversale si chiama solido di portata, proprio perché consente di misurare la portata Q . Essendo infatti la velocità v lo spazio percorso nell'unità di tempo, il volume del cilindretto (fig. 5.3) avente area di base pari a $d\sigma$, è: $dQ=v d\sigma$, ed è pari quindi al volume che attraversa l'area $d\sigma$ nel tempo unitario, ossia la portata elementare dQ . La somma di tutte le portate elementari consente di ricavare la portata totale Q che risulta $Q=\int v d\sigma$. Il rapporto $v=\frac{Q}{\sigma}=\frac{\int v d\sigma}{\sigma}$, viene definito velocità media della corrente nella sezione e rappresenta una

grandezza alla quale di solito si fa riferimento nei calcoli pratici.

Fig. 5.3



5.2.2 Classificazione dei diversi tipi di movimento

Una corrente si dice animata di moto vario quando in una generica sezione trasversale la velocità V e la sezione σ variano da istante a istante come per esempio nel caso delle onde o nel caso di vuotamento di un recipiente: in tali circostanze la velocità delle particelle liquide varia nel tempo.

Una corrente muove in condizione di moto permanente o stazionario quando in una generica sezione la velocità V e la sezione σ non variano al passare del tempo, ma possono essere diverse da sezione a sezione, come nel caso del moto accelerato che si realizza nei convergenti (fig. 5.4a) e viceversa, nel caso di moto ritardato che si realizza nei divergenti (fig.5.4b).

Anche il prodotto $V\sigma$ risulta indipendente dal tempo ed è anzi costante in tutte le sezioni (equazione di continuità). Infatti, essendo il moto permanente, la superficie laterale di un tronco di corrente che muove tra le sezioni S_1 ed S_2 non varia nel tempo e il volume che entra nella generica sezione S_1 nell'unità di tempo è uguale a quello che esce

dalla sezione S_2 nella stessa unità di tempo, per cui deve essere $Q_1 = V_1 \sigma_1 = Q_2 = V_2 \sigma_2$ e cioè deve risultare $V_0 = \text{cost.}$

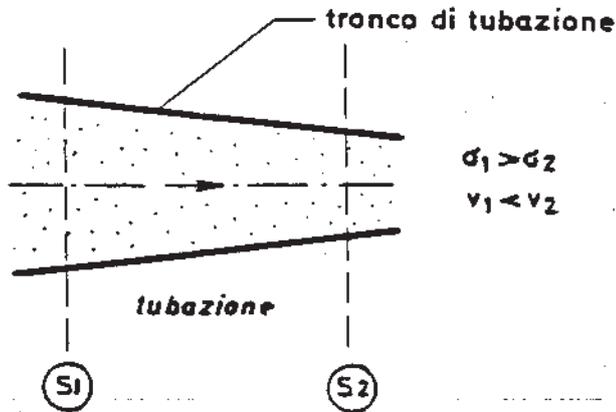


Fig. 5.4 a

$$\sigma_1 > \sigma_2$$

$$v_1 < v_2$$

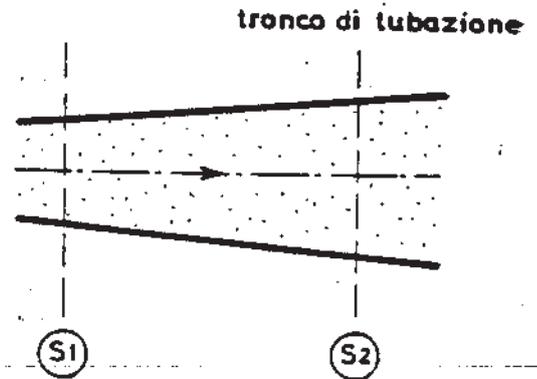


Fig. 5.4 b

Ciò consente di asserire che laddove è grande la sezione è piccola la velocità e viceversa (fig. 5.5).

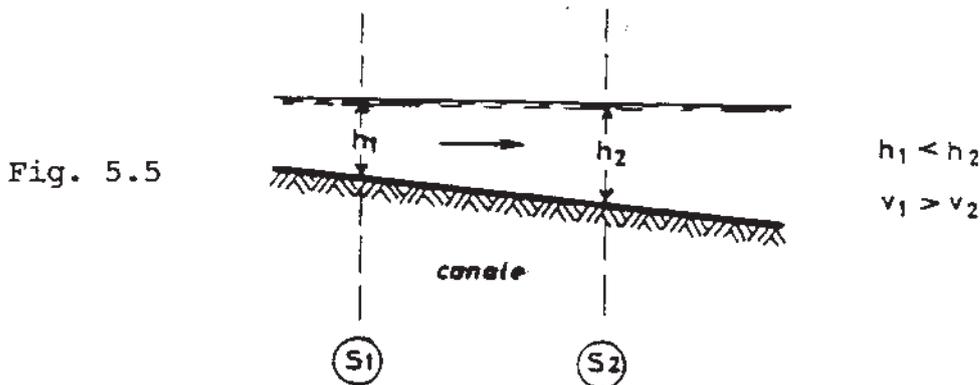


Fig. 5.5

$$h_1 < h_2$$

$$v_1 > v_2$$

Una corrente nella quale le velocità V e le sezioni σ rimangono invariate nello spazio e nel tempo è una corrente che muove in condizioni di moto uniforme. Se all'interno di una tubazione cilindrica si immette una portata Q costante, si realizza il moto uniforme per una corrente in pressione. Anche quando in un alveo cilindrico defluisce una portata Q costante, se la corrente ha la superficie libera parallela al fondo, si realizza la condizione di moto uniforme.

5.2.3 Regimi di movimento

Per potere evidenziare i diversi tipi di movimento di una corrente, Reynolds condusse una esperienza (fig. 5.6) facendo uso di una tubazione di vetro alimentata da un recipiente contenente acqua, terminante con una valvola di regolazione T, atta a consentire il passaggio di portate diverse. Mediante una ^{vaschetta alimentante un tubicino munito di} ugello veniva immesso un liquido colorato nella tubazione di vetro.

Egli mise in evidenza due regimi di moto che si verificano rispettivamente quando piccole aperture della valvola di regolazione T consentono il passaggio di piccole portate Q con le quali si realizzano in condotta modesti valori di velocità e quando, una grande apertura della valvola T consente il passaggio di portate maggiori e quindi velocità in condotta maggiori.

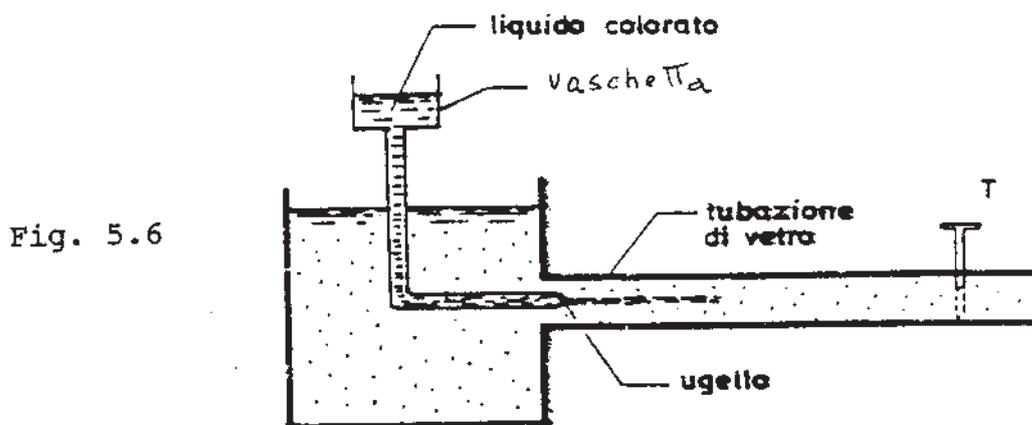


Fig. 5.6

Nel primo caso il filetto colorato segue una traiettoria pressoché rettilinea. Il moto avviene quindi per filetti indipendenti che non interferiscono tra di loro ed il regime di moto che si realizza viene denominato regime di moto laminare o regolare.

Nel secondo caso in cui una grande apertura della valvola T consente di realizzare valori maggiori di portata e di

velocità, il filetto finisce con lo scomporsi e mescolarsi all'acqua per cui, al moto di trasporto si sovrappone il moto di agitazione trasversale e si dice in tal caso che il regime di moto è turbolento. I due regimi si possono avere in ogni specie di corrente e in ogni categoria di movimento.

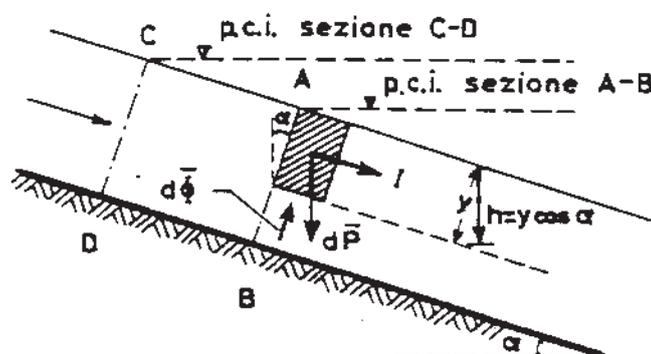
5.3 Liquidi perfetti e liquidi reali

In seno ad un liquido reale in movimento esistono sempre delle forze tangenziali dovute alla viscosità, che pur essendo piccole in se stesse, sono talora dello stesso ordine di grandezza delle altre forze in gioco; se si considera infatti il caso di una corrente a pelo libero che può scorrere in moto rettilineo uniforme, alla componente del peso parallela al fondo (forza attiva), fa equilibrio dinamico la forza resistente dovuta alla viscosità, che risulta pure parallela al fondo dell'alveo. Entrambe le forze hanno una modesta intensità, ma si elidono annullando l'accelerazione e consentendo la realizzazione del moto uniforme. In molti casi però le forze tangenziali sono molto più piccole delle altre forze in gioco, come ad esempio nell'efflusso da un serbatoio ^{attraverso una luce} $\sqrt{2gh}$ allora possono essere trascurate. In tal caso si considera il liquido perfetto (si tratta invero di un'astrazione fisica) e cioè privo di viscosità e la trattazione risulta molto semplificata. Quando si considerano i liquidi reali delle forze tangenziali se ne tiene conto introducendo nelle diverse espressioni dei fattori di correzione.

5.4 Distribuzione delle pressioni su una sezione trasversale delle correnti di liquido perfetto

Si dimostra che, anche quando il liquido è in movimento, la pressione è la stessa su tutti gli infiniti elementi di superficie della sezione trasversale della corrente che passano per un determinato punto, qualunque sia cioè il loro orientamento. In una corrente lineare, ossia una corrente nella quale le traiettorie sono rettilinee e parallele, la distribuzione delle pressioni lungo una qualsiasi sezione trasversale è idrostatica; infatti, per l'equilibrio del cilindretto liquido di altezza y indicato in fig. 5.7 occorre mettere in conto, insieme alle altre forze in gioco, anche la forza di inerzia I la quale, come l'accelerazione, risulta perpendicolare alla sezione trasversale.

Fig. 5.7



Se si considerano le componenti della spinta sulla superficie laterale del cilindro proiettata lungo l'asse del cilindro stesso, si ottiene: $d\Phi = dP \cos \alpha$ e quindi, sostituendo $d\Phi = p d\sigma$ e $dP = \gamma y d\sigma$, si ricava:

$$p d\sigma = \gamma y d\sigma \cos \alpha = \gamma h d\sigma \quad \text{da cui} \quad p = \gamma h$$

Ad ogni sezione trasversale compete pertanto un p.c.i.: in tutti i punti di una sezione trasversale deve risultare quindi $z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost}$, per cui, in ciascun punto è possibile ricavare la pressione moltiplicando il peso specifico γ del

liquido per l'affondamento del punto considerato dal p.c.i. (fig. 5.8).

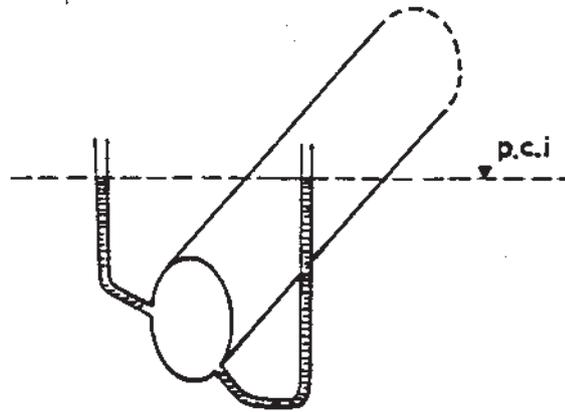


Fig. 5.8

Rientrano nelle correnti lineari anche le correnti gradualmente variate, ossia quelle correnti nelle quali le variazioni di sezione avvengono in modo molto graduale, come ad esempio i lunghi convergenti o divergenti, nei quali le linee di corrente possono essere considerate sensibilmente rettilinee e parallele.

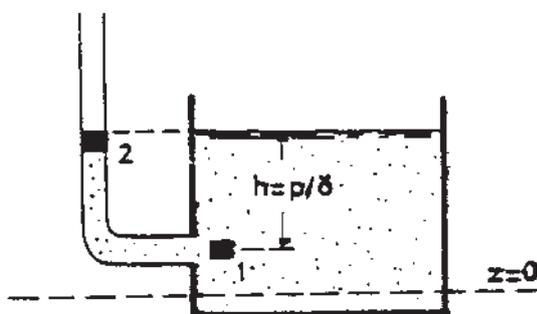
In generale però, la posizione del p.c.i. (o meglio di quella linea che in seguito sarà definita piezometrica), varia da sezione a sezione. Se la corrente non è lineare, a causa della curvatura delle traiettorie si suscita l'accelerazione centripeta e la forza centrifuga, per cui, nella sezione trasversale, la distribuzione delle pressioni non risulta più di tipo idrostatica (Es.: cunette e dossi dei canali, curve etc.).

5.5 Teorema del moto (Bernoulli)

Per riconoscere come la quota piezometrica varia da una sezione trasversale ad un'altra di una corrente di liquido perfetto, bisogna stabilire un legame tra la pressione, la quota e la velocità; tale legame viene espresso attraverso

il teorema di Bernoulli. Studiando l'idrostatica si è osservato che $z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost}$ e si è riconosciuto il significato geometrico di questa relazione. Dal punto di vista energetico z misura l'energia di posizione di una particella liquida di peso unitario rispetto al piano $z=0$ assunto come piano di riferimento (infatti, una particella di peso unitario posta a quota z , può compiere un lavoro pari a $z \cdot 1$). L'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$, dal punto di vista energetico misura l'energia che la particella di peso unitario possiede perché sottoposta, da parte delle particelle contigue, alla pressione p : infatti, posto un piezometro nella parete di un serbatoio (fig. 5.9), il volumetto liquido di peso unitario (indicato con un quadratino nero), si porta dalla posizione 1 interna al serbatoio alla posizione 2 in corrispondenza al p.c.i. del serbatoio.

Fig.5.9



Esso cioè acquista l'energia di posizione $h = \frac{p}{\gamma}$ a spese di un'altra forma di energia: l'energia di pressione posseduta dal liquido quando ancora si trova nella posizione 1. La trasformazione da energia di pressione a energia di posizione è perfettamente bilanciata perché nella posizione 2, alla quota del p.c.i. deve risultare $p=0$. Sia z che $\frac{p}{\gamma}$, relativamente al volumetto di peso unitario, sono forme di

energia potenziale (ossia di energia), dovuta alla presenza di altri corpi (per z il corpo terra, per $\frac{p}{\gamma}$, le particelle contigue).

Se invece la massa liquida è in movimento alle forme energetiche già considerate deve aggiungersi anche l'energia cinetica che per la particella di peso unitario avente quindi la massa $\frac{1}{g}$, vale $\frac{1}{2g}v^2$. Il termine $\frac{v^2}{2g}$ si chiama altezza cinetica ed ha le dimensioni di una lunghezza $[m^2/s^2 \times s^2/m] = [m]$.

In un liquido perfetto, nel quale non ci sono dissipazioni di energia, in moto permanente, il principio di conservazione dell'energia si traduce nel teorema di Bernoulli secondo cui il carico totale H , rappresentativo dell'energia totale posseduto dal volumetto di peso unitario di liquido, pari alla somma delle diverse forme energetiche, deve essere costante. In formula:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost}$$

I termini di tale equazione hanno un significato geometrico ed energetico. La quota geometrica z , misurata rispetto ad un piano di riferimento prestabilito, rappresenta l'energia di posizione posseduta dalla particella liquida di peso unitario. L'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$ è rappresentativa dell'energia di pressione mentre il termine $\frac{v^2}{2g}$, rappresenta l'energia cinetica posseduta sempre dalla stessa massa liquida di peso unitario. La somma $z + \frac{p}{\gamma}$, denominata quota piezometrica, rappresenta l'energia potenziale disponibile dal volume liquido di peso unitario. Il termine H , definito come carico totale posseduto dalla corrente, rappresenta

l'energia meccanica totale posseduta dall'unità di peso. Il termine z dell'equazione di Bernoulli può essere maggiore, minore o uguale a zero conseguentemente alla scelta del piano di riferimento. L'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$, può assumere valori positivi negativi o nulli se ci si riferisce, come si usa fare per la maggior parte delle applicazioni, alla pressione relativa, mentre può assumere valori positivi o nulli se ci si riferisce alle pressioni assolute. Il termine $\frac{v^2}{2g}$, per un liquido in movimento deve risultare sempre maggiore di zero.

Il piano di riferimento è arbitrario, ma una volta fissato non si può variare per una determinata applicazione del teorema di Bernoulli. La somma delle tre forme di energia che, essendo riferite all'unità di peso di liquido sono rappresentabili con tre lunghezze, si mantiene costante in tutte le sezioni di una corrente di liquido perfetto. La rappresentazione delle tre forme energetiche fatta per ogni sezione della corrente tramite segmenti è molto espressiva, perché consente di visualizzare lo scambio tra le varie forme di energia attraverso il compenso tra i diversi segmenti geometrici che le rappresentano. Pertanto, come si vedrà anche in seguito, per ogni applicazione del teorema di Bernoulli, all'andamento geometrico della condotta si associano due linee denominate: linea dei carichi totali e linea piezometrica che rappresentano rispettivamente il luogo dei punti di quota $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$, ed il luogo dei punti di quota $z + \frac{p}{\gamma}$.

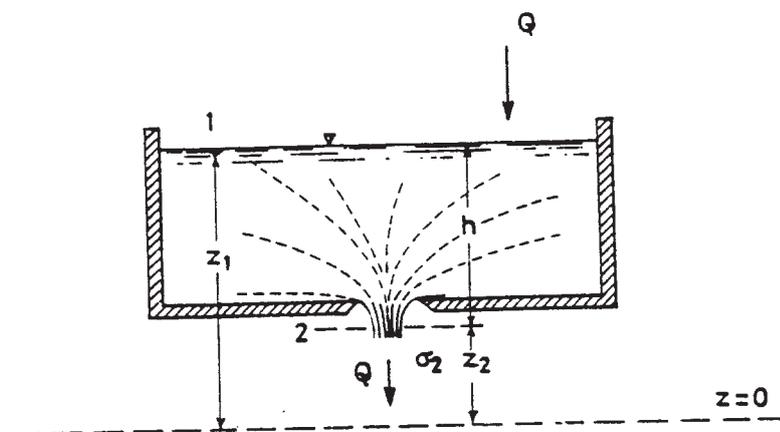
Il teorema di Bernoulli può quindi enunciarsi dicendo che lungo una corrente di liquido perfetto, in moto permanente e senza variazioni apprezzabili di temperatura (processo isotermico), si mantiene costante il carico totale H che rappresenta l'energia meccanica totale dell'unità di peso di liquido.

§ 6 - DEDUZIONI DAL TEOREMA DI BERNOULLI - MOTO PERMANENTE DI UNA CORRENTE DI LIQUIDO PERFETTO - PIEZOMETRICA

6.1 Applicazione del Teorema di Bernoulli all'efflusso di una corrente da una luce

Sul fondo di un serbatoio sia scolpita una luce in parete sottile, costituita da una parete avente uno spigolo vivo rivolto contro corrente. Si consideri la condizione di moto permanente che si realizza supponendo che il livello liquido (pelo libero) dentro il serbatoio si mantenga invariato nel tempo (fig. 6.1). Nel caso di un piccolo serbatoio, il pelo libero può essere mantenuto ad un prefissato livello alimentandolo con una portata Q pari a quella che effluisce dalla luce.

Fig. 6.1



Le traiettorie delle linee di corrente in corrispondenza del piano della luce sono curve: esse si presentano rettilinee e parallele (e quindi la corrente è lineare) solo a partire da una sezione più a valle della luce stessa che prende il nome di sezione contratta (sez. 2); ivi la pressione è uguale in tutti i punti a quella che si ha al contorno del getto, per cui, essendo questo nell'ambiente atmosferico, risulta $p=0$.

Scegliendo un piano di riferimento $z=0$ e applicando il teorema di Bernoulli fra il punto 1, posto sul pelo libero, in corrispondenza del quale $p=0$ e $v=0$, e il punto 2, in corrispondenza della sezione contratta dove è $p=0$, deve risultare:

$$z_1+0+0 = z_2+0+\frac{v_2^2}{2g}$$

dalla quale, esplicitando v_2 , si ricava:

$$v_2 = \sqrt{2g(z_2-z_1)} = \sqrt{2gh}$$

Il termine v_2 è la cosiddetta velocità torricelliana ed è funzione del dislivello geometrico h tra le quote dei punti 1 e 2. A tale valore di velocità si perviene tutte le volte che un dislivello geometrico si trasforma in velocità a parità di pressione fra monte e valle. La portata Q che defluisce dalla luce può ricavarsi moltiplicando la velocità media v_2 che si ha in corrispondenza della sezione contratta e l'area σ_2 della stessa sezione, pari a $\sigma_2=c_c\sigma$, dove σ è l'area effettiva della luce e c_c è il cosiddetto coefficiente di contrazione. Quest'ultimo si può ottenere sperimentalmente e, per il particolare tipo di luce di fig. 6.1, vale circa 0,62.

La portata Q risulta dunque:

$$Q = v_2\sigma_2 = c_c\sigma\sqrt{2gh} = 0,62\sigma\sqrt{2gh}$$

6.2 Applicazione del Teorema di Bernoulli ad una corrente che muove in condizioni di moto uniforme

Si consideri un tronco di condotta, come quello ad esempio compreso tra le sezioni 2 e 3 della fig. 6.2, avente lungo il percorso diametro costante, nella quale defluisce un

liquido perfetto in moto permanente (uniforme). In tali condizioni risulta:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_3^2}{2g}$$

per cui, il teorema di Bernoulli, applicato in tale tronco, si scrive:

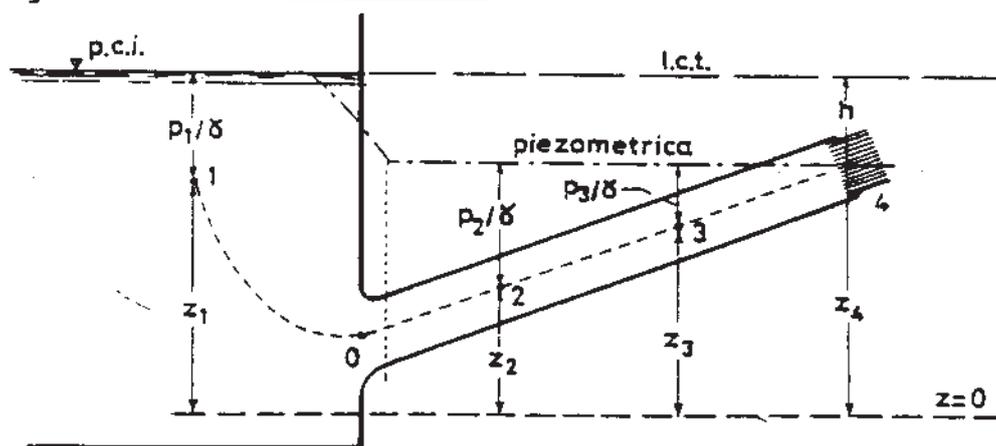
$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma}$$

e quindi, in generale, per un tronco di tubazione cilindrico, si può scrivere:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} = \text{cost}$$

Tale relazione non ha lo stesso significato della equazione indefinita dell'idrostatica, ma indica che si attua il compenso fra l'energia di posizione z e l'energia di pressione $\frac{p}{\gamma}$, da un punto ad un altro di una traiettoria, cioè in pratica fra le varie sezioni della corrente. Affinché il moto sia a velocità costante, nell'ipotesi di moto permanente per il quale $Q = v\sigma = \text{cost}$, occorre che sia $\sigma = \text{cost}$ e quindi che la tubazione sia cilindrica (fig. 6.2).

Fig. 6.2



Per calcolare la portata che attraversa la condotta indicata in figura, noto il livello (supposto invariabile) nel serbatoio di monte, si può applicare il teorema di Bernoulli

nella forma generale fra il punto 1 interno al serbatoio (dove l'acqua si suppone ferma) ed il punto 4 posto nella sezione di sbocco nel quale la pressione $p=0$.

Si ha così:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + 0 = z_4 + 0 + \frac{v_4^2}{2g}$$

da cui, esplicitando v_4 , risulta:

$$v_4 = \sqrt{2g \left[z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - z_4 \right]} = \sqrt{2gh}$$

nella quale si è indicato con h il dislivello tra la quota del p.c.i. (piano dei carichi idrostatici) del serbatoio e la quota piezometrica nella sezione di sbocco. Quindi la portata $Q=v_4\sigma_4$, dipende dall'affondamento h della sezione di sbocco al disotto della l.c.t. (linea dei carichi totali), che coincide col p.c.i., ossia col pelo libero dell'acqua contenuta nel serbatoio; in questo caso, contrariamente a quanto avviene nell'efflusso da una luce, la quota geometrica della sezione di imbocco non ha alcuna influenza sulla velocità della particella liquida allo sbocco. La velocità nella sezione di sbocco è ancora una volta pari alla velocità torricelliana. Man mano che la corrente muove lungo la condotta, l'energia di pressione posseduta all'imbocco si va trasformando in energia di posizione; non ci sono scambi di energia cinetica in quanto la corrente muove in condizione di moto uniforme per cui la corrente non decelera pur essendo il tubo in salita (come non accelererebbe se fosse in discesa). Tra le sezioni 2 e 3 poste lungo la condotta si ha, come si è detto:

$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma},$$

per cui, essendo $z_2 < z_3$, deve risultare $p_2 > p_3$.

Il luogo degli estremi dei segmenti $(z + \frac{p}{\gamma})$, relativi a ciascuna sezione, è, come si è detto, una retta che dista dalla l.c.t. del valore $\frac{v^2}{2g}$, e che viene definita piezometrica: essa è orizzontale, così come la l.c.t., e passa per il baricentro della sezione di sbocco nel quale la pressione $p=0$ (fig. 6.2)

Un discorso analogo può farsi anche se la geometria della condotta è tale che fino alla sezione C-C posta alla stessa quota della sezione di sbocco, il tubo sovrasta la piezometrica (fig. 6.3); in tal caso la condotta è in depressione e la corrente ha una pressione assoluta $p^* < p_a^*$ e quindi una pressione relativa $p < 0$.

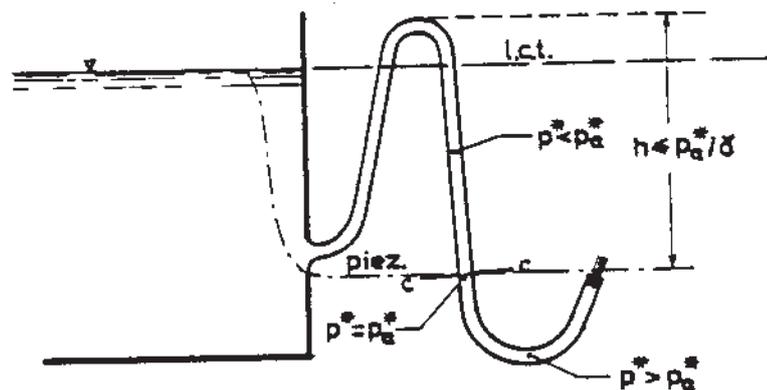


Fig. 6.3

Nelle sezioni a valle della sezione C-C la corrente ha tutti i suoi punti a pressione relativa positiva. La depressione massima in valore assoluto non può essere maggiore della pressione atmosferica p_a^* , per cui la corrente deve avere valori negativi dell'altezza piezometrica $\frac{p}{\gamma}$ sempre minori in valore assoluto di $\frac{p_a^*}{\gamma}$, che per l'acqua vale 10,33 m. Se così non fosse, la pressione assoluta dovrebbe risultare minore di zero e ciò è fisicamente impossibile in quanto la

corrente si interromperebbe non potendo i liquidi resistere a sforzi di trazione.

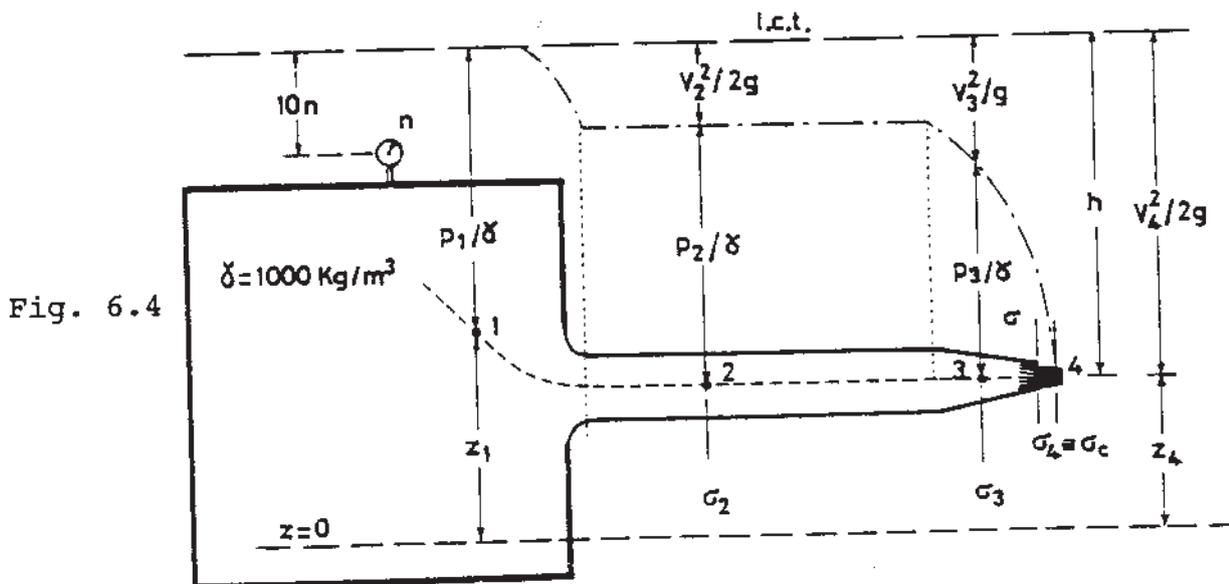
6.3 Moto di una corrente in una condotta ad asse orizzontale

Con riferimento alla condotta di fig. 6.4, alimentata da un serbatoio in pressione, se si considerano i punti 2 e 3 interni alla condotta posti alla stessa quota geometrica z , il teorema di Bernoulli si scrive:

$$\frac{p_2 + \gamma \frac{v_2^2}{2g}}{\gamma} = \frac{p_3 + \gamma \frac{v_3^2}{2g}}{\gamma}$$

e cioè:

$$H = \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{cost}$$



Per ricavare la portata può applicarsi il teorema di Bernoulli tra il punto 1 interno al serbatoio nel quale $v=0$ e la sezione contratta 4 (posta un po' più a valle della sezione di sbocco della corrente nell'atmosfera, laddove la corrente diventa lineare) in cui $p=0$.

Risulta:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_4 + \frac{v_4^2}{2g}$$

da cui:

$$v_4 = \sqrt{2gh}$$

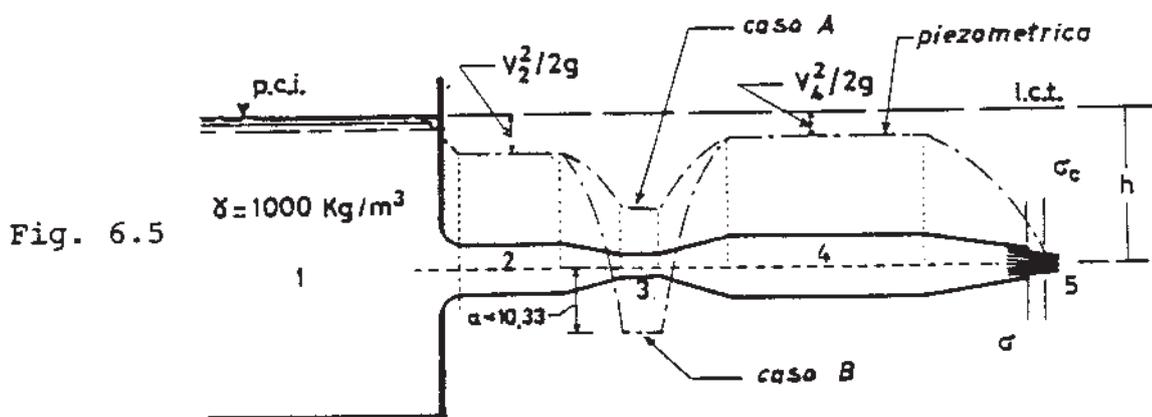
e quindi, poiché $c_c = \frac{\sigma_4}{\sigma}$ (essendo σ la sezione trasversale della condotta):

$$Q = v_4 \sigma_4 = v_4 c_c \sigma = c_c \sigma \sqrt{2gh}$$

Dall'osservazione di fig. 6.4 si nota che essendo $\sigma_2 > \sigma_3$ deve risultare anche, per l'equazione di continuità $v_2 < v_3$ e quindi $p_2 > p_3$ ed inoltre, essendo $\sigma_3 > \sigma_4$ risulta $v_3 < v_4$ e $p_3 > p_4$ ($p_4 = 0$).

La piezometrica si mantiene parallela alla l.c.t. (e quindi orizzontale) nel tronco cilindrico nel quale la corrente muove in condizione di moto uniforme, e risulta concava verso il basso nel convergente (boccaglio) ove la corrente accelera; la piezometrica termina in corrispondenza del baricentro della sezione contratta σ_4 ove la $p_4 = 0$.

Analogo discorso può farsi nel caso in cui c'è un convergente seguito da un divergente (fig. 6.5)



La velocità cresce passando dalla sezione 2 alla sezione 3 (la piezometrica si allontana dalla l.c.t.) e decresce nel divergente passando dalla sezione 3 alla sezione 4 (la piezometrica si avvicina alla l.c.t.). In relazione al valore del diametro della condotta corrispondente alla

sezione 3, la piezometrica, allontanandosi dalla l.c.t., potrebbe portarsi al disotto dell'asse della condotta (caso B) che risulterebbe quindi, limitatamente al tronco in esame, in depressione. Al crescere della depressione la portata Q non varia dipendendo esclusivamente dall'affondamento h della sezione di sbocco, almeno fino a quando la massima depressione non raggiunge un valore assoluto teorico pari a p_a^* che, espressa in termini di altezza piezometrica $\frac{p_a}{\gamma}$, per l'acqua vale 10,33 m. Al disotto di tale valore la portata subirà una diminuzione e la nuova portata sarà tale da determinare nel tronco in questione la nuova depressione fisicamente ammissibile (p_a).

6.4 Piezometro e tubo di Pitot

La piezometrica si può materializzare inserendo dei piezometri in varie sezioni della condotta e collegando idealmente i menischi. La l.c.t. si materializza analogamente inserendo dei tubi con la sezione iniziale rivolta contro corrente (tubi di Pitot) nei quali il livello liquido si pone appunto alla quota del carico totale.

Infatti, considerando il tronco di corrente a pelo libero indicato in fig. 6.6 e applicando il teorema di Bernoulli tra il punto 1 a monte del tubo ed il punto 2 adiacente alla sezione iniziale del tubo stesso in cui è $V=0$ (punto di ristagno) si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + 0$$

da cui risulta:

$$\frac{v_1^2}{2g} = (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) - (z_1 + \frac{p_1}{\gamma})$$

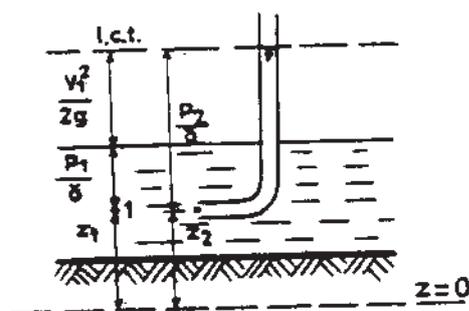


Fig.6.6

La differenza fra la quota piezometrica nel punto 2, corrispondente alla massa liquida ferma entro il tubo di Pitot, rilevata attraverso la misura del livello al quale si porta il liquido dentro il tubo stesso, e la quota piezometrica nel punto 1 in corrispondenza di un filetto liquido interno alla corrente, corrispondente al pelo libero nel caso considerato (o misurata utilizzando un piezometro nel caso di correnti in pressione), misura il carico cinetico $\frac{v^2}{2g}$. Occorrono elevati valori di velocità per avere un'apprezzabile altezza cinetica; ad esempio, alla velocità $v=1$ m/s corrisponde un'altezza cinetica pari a: $\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{20} = 5\text{cm}$.

6.5 Casi generali sull'applicazione del teorema di Bernoulli

Se le tre forme di energia (di posizione z , di pressione $\frac{p}{\gamma}$ e cinetica $\frac{v^2}{2g}$) variano tutte nel modo più generale, il teorema di Bernoulli si scrive:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$$

In tali circostanze conviene considerare nel suo insieme la somma $(z + \frac{p}{\gamma})$, tra la quota geometrica ed il carico piezometrico; tale termine infatti rappresenta geometricamente la quota piezometrica che è costante in ogni sezione trasversale di una corrente lineare e che misura dal

punto di vista energetico l'energia potenziale. Il teorema di Bernoulli, consente di considerare quindi lo scambio mutevole fra l'energia potenziale e l'energia cinetica possedute da una particella liquida in movimento, proprio come si è visto (vedi Cap. 2) nel caso di un corpo solido che si muove senza attrito.

6.6 Moto di una corrente all'interno di una tubazione comunque inclinata con efflusso libero nell'atmosfera

Si consideri il caso rappresentato in fig. 6.7 di una tubazione ad asse inclinato a sezione variabile che convoglia un liquido a partire dal serbatoio in pressione.

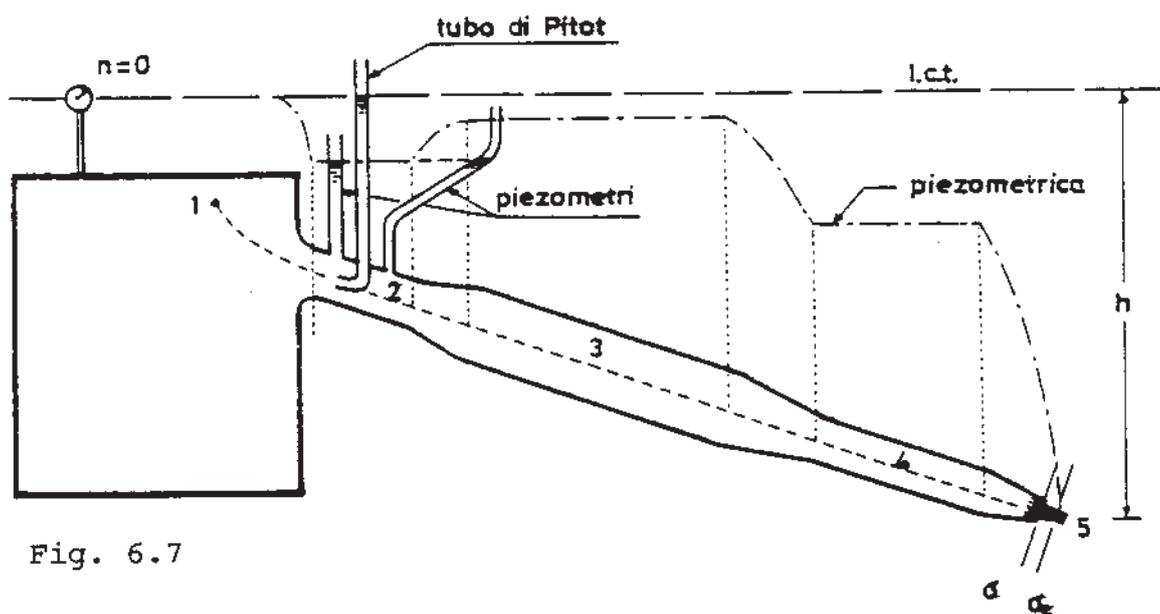


Fig. 6.7

Applicando il teorema di Bernoulli fra il punto 1 e il punto 5 in corrispondenza della sezione contratta, si ricava la velocità Torricelliana: $v_5 = \sqrt{2gh}$, e quindi la $Q = c_c \sigma \sqrt{2gh}$. Si nota come ancora una volta la portata Q dipende dall'affondamento h del punto 5 dalla l.c.t. che va interpretato come il dislivello piezometrico fra una sezione

del bacino e la sezione contratta; tale dislivello d'ora in avanti sarà indicato con il termine δ . Lungo la condotta, essendo $\sigma_2 < \sigma_3$ e $\sigma_3 > \sigma_4$, il carico cinetico decresce quando si passa dalla sezione 2 alla sezione 3 e cresce quando si passa dalla sezione 3 alla sezione 4, mentre invece la quota piezometrica $z + \frac{p}{\gamma}$, cresce passando dalla sezione 2 alla 3 e decresce passando dalla sezione 3 alla sezione 4.

La piezometrica, con riferimento al caso in esame, è rappresentata nella fig. 6.7. (Prestare attenzione ai piezometri storti che consentono di misurare la quota piezometrica in corrispondenza della sezione di attacco).

6.7 Moto di una corrente in una condotta che collega due serbatoi a livelli invariabili

Si consideri la condotta riportata in fig. 6.8, che collega due serbatoi aventi livelli invariabili.

Applicando il teorema di Bernoulli fra il punto 1 interno al serbatoio di monte ed il punto 4 in corrispondenza alla sezione di sbocco (non c'è sezione contratta), si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + 0 = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g}$$

da cui $v_4 = \sqrt{2g\delta}$ e $Q = v_4\sigma_4$, ove con δ si intende ancora il dislivello piezometrico tra i punti delle due sezioni considerate.

La portata quindi non dipende né dalla quota geometrica dell'imbocco, né da quella dello sbocco, ma soltanto dal dislivello piezometrico δ . Nella sezione di sbocco 4 la corrente è animata dalla velocità v_4 ; soltanto più a valle e cioè all'interno del bacino si ha la condizione $v=0$.

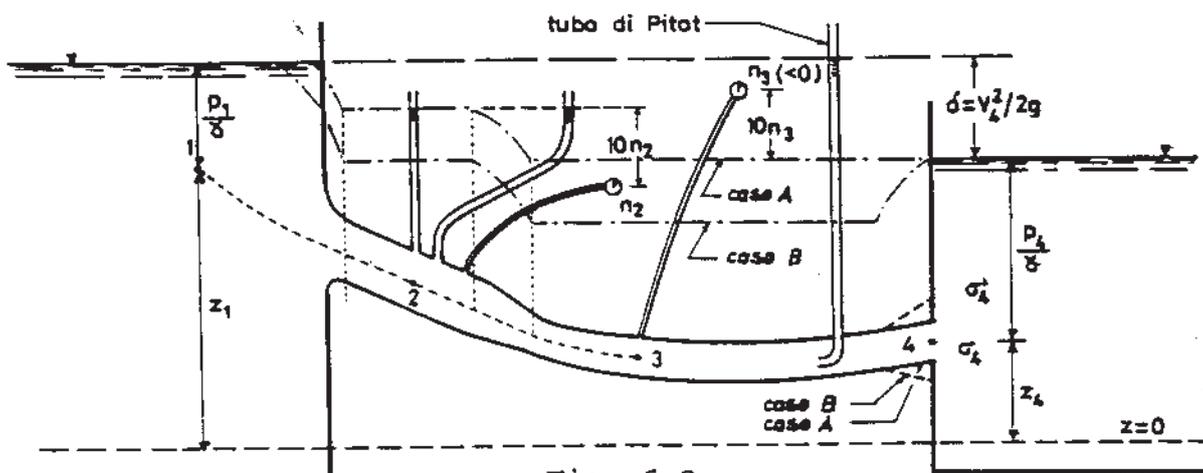


Fig. 6.8

La piezometrica termina alla quota del livello liquido nel serbatoio di valle. Se si volesse materializzare occorrerebbe inserire dei piezometri lungo la condotta per avere delle misure puntuali di pressione. Nel caso in cui si voglia misurare la pressione utilizzando i manometri metallici, occorre ricordare che l'indicazione del manometro rappresenta la pressione nel centro del manometro stesso, per cui, osservando la fig. 6.8, si ha che l'indicazione n_3 deve risultare minore di zero, pur essendo positive le pressioni relative nella sezione 3 dove il manometro è inserito. Ponendo allo sbocco un diffusore cosicché la sezione terminale ha un'area $\sigma'_4 > \sigma_4$, la v_4 rimarrebbe invariata dipendendo esclusivamente dal dislivello piezometrico δ , ma la portata avrebbe un valore $Q' = \sigma'_4 v_4 (> Q)$; tutta la piezometrica pertanto risulterebbe più discosta dalla l.c.t. (caso B).

6.8 Moto di una corrente tra due sezioni in cui è noto il dislivello piezometrico e nelle quali il liquido ha velocità non nulla

Finora il teorema di Bernoulli è stato applicato con riferimento a due sezioni della corrente, in una delle quali la velocità poteva ritenersi nulla (per esempio perché il liquido era contenuto dentro un bacino con acqua praticamente ferma) o anche fra un bacino e la sezione terminale di una tubazione, sia nel caso in cui questa sezione sbocchi liberamente nell'atmosfera, sia invece nel caso che la sezione sia riquirgitata, sboccante cioè entro un altro bacino e al disotto del pelo libero. In tutti questi casi analizzati è stato sufficiente applicare il teorema di Bernoulli per determinare la portata. In generale, la portata Q si può determinare applicando il teorema di Bernoulli tutte le volte che sono note le quote piezometriche di due sezioni e cioè tutte le volte in cui si conosce il dislivello piezometrico δ . Ma se in entrambe le sezioni la velocità è diversa da zero, allora il teorema di Bernoulli non è più sufficiente per dedurre la portata; ad esso si deve associare l'equazione di continuità: $Q=vo=cost$, come si riconosce dall'esempio di fig. 6.9 in cui è rappresentato un tronco di condotta entro il quale muove una corrente che, sezione per sezione ha valori di velocità diversi da zero.

Applicando il teorema di Bernoulli tra le sezioni 1 e 2 risulta:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + 0 + \frac{v_2^2}{2g}$$

da cui, essendo per l'equazione di continuità $v_1\sigma_1=v_2\sigma_2=Q$, risulta $v_1=Q/\sigma_1$ e $v_2=Q/\sigma_2$ e quindi:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - z_2 = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right)$$

nella quale $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - z_2 = \delta$, rappresenta il dislivello piezometrico.

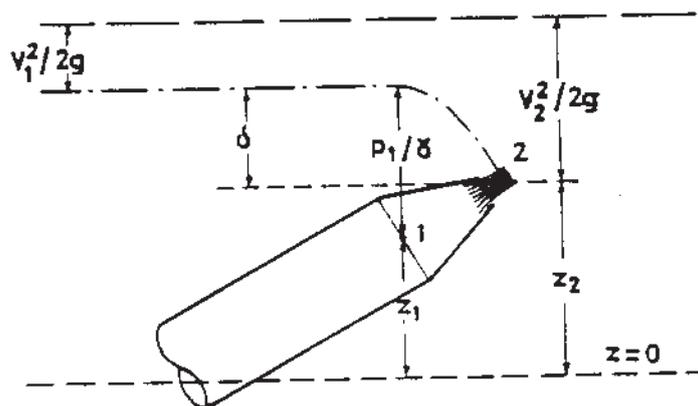


Fig. 6.9

Esplicitando il valore di Q si ottiene:

$$Q = \sqrt{\frac{2g\delta}{\left(\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)}}$$

Il teorema di Bernoulli consente quindi di determinare la portata Q nota che sia la geometria del sistema ed il dislivello piezometrico δ . Su queste considerazioni si basa il funzionamento del venturimetro che è un apparecchio inserito in una tubazione cilindrica di area σ_1 costituito da un convergente seguito da un tronco a sezione costante con $\sigma_2 < \sigma_1$ e da un divergente (fig. 6.10).

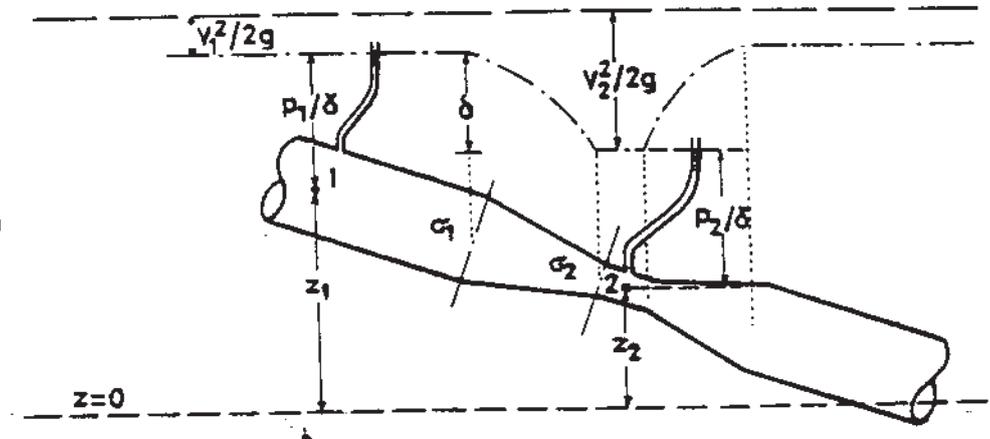
Dall'applicazione del teorema di Bernoulli tra la sezione 1 (in corrispondenza alla quale la corrente è lineare) e la sezione 2 (sezione ristretta del venturimetro) risulta:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

per cui:

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = \delta$$

Fig. 6.10



Considerando valida l'ipotesi di moto permanente per la quale $v_2=Q/\sigma_2$ e $v_1=Q/\sigma_1$, si ottiene:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) = \delta$$

e quindi, esplicitando la portata Q :

$$Q = \sqrt{\frac{2g\delta}{\left(\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2}\right)}}$$

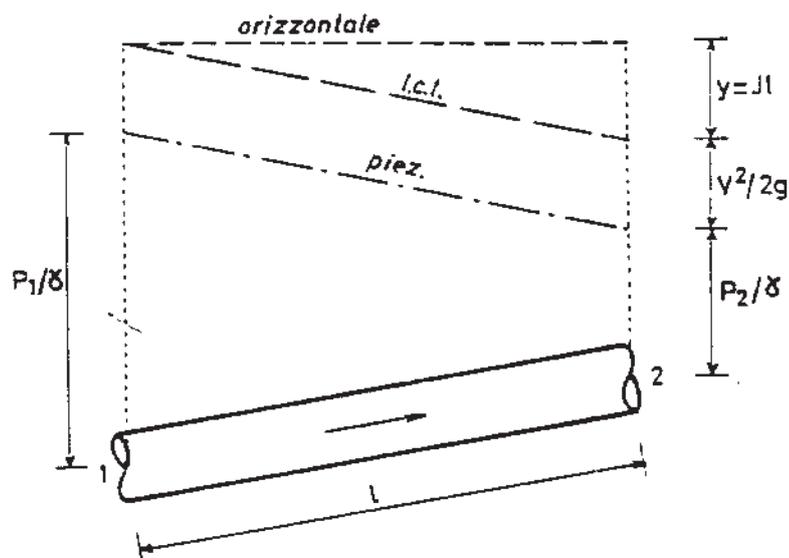
relazione analoga alla precedente che consente, una volta misurato il dislivello piezometrico δ tra le due sezioni di area σ_1 e σ_2 (utilizzando ad esempio due piezometri), di ricavare la portata Q che defluisce in condotta.

S 7 - LIQUIDI REALI: PERDITE DI CARICO CONTINUE
 -CADENTE PIEZOMETRICA - RESISTENZE AL MOTO

7.1 Liquidi reali - Perdite di carico continue

Finora il liquido è stato considerato perfetto, capace cioè di muovere senza dissipare energia. In realtà però, ai fini delle applicazioni tecniche, si debbono considerare i liquidi reali. Un liquido reale è dotato di viscosità, per cui una parte dell'energia meccanica che esso possiede, deve compensare il lavoro compiuto dalle forze di attrito interno che si oppongono allo scorrimento mutuo delle particelle liquide; tale aliquota di energia si trasforma in calore. Si ha per tale motivo una dissipazione di energia meccanica che, riferita al volumetto liquido di peso unitario in moto diminuisce nel verso della corrente. Ciò significa che lungo la corrente e nel verso del moto, si ha una perdita di carico totale per cui la linea dei carichi totali (l.c.t.) non è orizzontale, ma pende nel verso del moto (fig. 7.1).

Fig. 7.1



In un tronco di corrente lungo l si ha una perdita di carico Y che corrisponde ad un abbassamento della l.c.t. Si può porre $Y=Jl$, indicando con J la cosiddetta: cadente della linea dei carichi totali. La cadente J è un numero puro e ad essa possono attribuirsi i tre significati riportati di seguito.

a) Significato geometrico di J

Dal punto di vista geometrico J misura "l'abbassamento che subisce la linea dei carichi totali (e quindi nel moto uniforme anche l'abbassamento della piezometrica che in questo caso è parallela alla linea dei carichi totali) per unità di percorso misurato lungo la corrente", ossia la perdita di carico per unità di percorso.

Essendo $J=Y/l$, deve risultare $J=Y$ nel caso in cui si considera un tronco di condotta di lunghezza unitaria.

Il termine J che esprime la cadente piezometrica è un numero puro essendo stato definito come rapporto tra due lunghezze.

b) Significato energetico di J

Dal punto di vista energetico J misura "la dissipazione di energia dell'unità di peso di liquido (perdita di carico) riferita all'unità di percorso lungo la corrente". Anche in tal caso, se si fa l'analisi dimensionale J risulta essere un numero puro essendo pari all'energia dissipata dall'unità di peso [Kgm/Kg] e per unità di percorso [m].

c) Significato dinamico di J

Dal punto di vista dinamico J rappresenta "l'azione di trascinamento ovvero la resistenza che l'involucro entro cui scorre una corrente di liquido reale esercita sulla corrente stessa".

Si consideri infatti un tronco di condotta di lunghezza l , entro il quale si muove, in condizione di moto permanente ($Q=\text{cost}$) e uniforme ($V=\text{cost}$), una corrente di liquido reale. La componente nella direzione del moto della spinta che il tronco di corrente esercita sulla superficie laterale del tubo si chiama azione di trascinamento che il tronco di corrente esercita sulla superficie laterale del tubo e si indica con R . Si può dimostrare che applicando l'equazione globale dell'equilibrio dinamico al tronco di corrente suddetto (equazione che viene omessa date le finalità del Corso), si deduce che:

$$R = \gamma \tau J$$

essendo τ il volume σl del tronco stesso; esplicitando rispetto ad J risulta:

$$J = \frac{R}{\gamma \tau}$$

Se il volumetto liquido ha peso unitario ($\gamma=1\text{Kg}$), si ha che $J=R$. Si può dunque affermare che dal punto di vista dinamico, J misura "l'azione di trascinamento che l'unità di peso di liquido esercita sulla superficie laterale del condotto". Quanto sopra esposto vale sia nel caso delle correnti in pressione che nel caso delle correnti a pelo libero. La forza uguale e contraria alla azione di trascinamento R , è "l'azione (anch'essa tangenziale) che l'involucro esercita sul tronco di corrente" e che prende il nome di "resistenza". Indicando con C il "contorno bagnato" che rappresenta il perimetro della sezione trasversale dell'involucro a contatto con il liquido (sede delle mutue forze tra liquido e contenitore), la resistenza per unità di superficie di involucro vale:

$$R_1 = \frac{R}{Cl} = \frac{\gamma \tau J}{Cl} = \frac{\gamma \omega l J}{Cl} = \gamma R J$$

avendo indicato con R il rapporto $\frac{\sigma}{C}$, definito "raggio idraulico" o "raggio medio" della corrente e che ha le dimensioni di una lunghezza. Per una sezione circolare di diametro D totalmente piena risulta: $R = \frac{\pi D^2}{4\pi D} = \frac{D}{4}$ (il raggio idraulico è pari alla metà del raggio geometrico della tubazione).

7.2 Moto uniforme di una corrente di liquido reale

Problema di notevole interesse concettuale e di importanza pratica grandissima è la determinazione del legame fra la resistenza unitaria R_1 e la velocità media $v = \frac{Q}{\sigma}$. Noto questo legame infatti, si può dedurre, come verrà analizzato in seguito, l'espressione della cadente piezometrica J in funzione della velocità media della corrente v e delle caratteristiche geometriche macroscopiche e microscopiche della sezione trasversale dell'involucro; tale espressione consentirà di risolvere i problemi tecnici che si possono presentare nel caso del moto di una corrente di liquido reale; infatti generalizzando il teorema di Bernoulli al caso dei liquidi reali, si ottiene una equazione mediante la quale si può determinare, analogamente a quanto è stato fatto per i liquidi perfetti, la portata Q , noto che sia il dislivello piezometrico disponibile.

7.3 Determinazione dell'espressione della cadente piezometrica J

7.3.1 Corrente che muove in regime laminare

Si è riconosciuto che, per una corrente che muove in regime laminare, conta molto la forma della sezione trasversale e non la scabrezza delle pareti; delle caratteristiche del liquido deve considerarsi soprattutto l'effetto della viscosità μ .

Da considerazioni teoriche confermate dalla esperienza si ha, per condotte aventi sezione retta circolare, che:

$$R_1 = \frac{8\mu v}{D}$$

per cui, essendo $R_1 = \gamma R J$, si ottiene:

$$\gamma \frac{D}{4} J = \frac{8\mu v}{D}$$

ed esplicitando J si ha:

$$J = \frac{32\mu v}{\gamma D^2}$$

dalla quale si osserva come la cadente piezometrica sia proporzionale alla prima potenza della velocità.

7.3.2 Corrente che muove in regime turbolento

E' stato riconosciuto che, se la corrente muove in regime turbolento, la forma della sezione trasversale non influisce molto sulle condizioni di moto per cui, per definirla geometricamente è sufficiente il raggio idraulico R ; bisogna invece considerare la scabrezza delle pareti interne della condotta e la densità ρ del liquido. Da sole considerazioni sperimentali (non si riesce tuttora a trattare per via analitica la turbolenza) risulta: $R_1 = \lambda \rho v^2$, nella quale si indica con λ un coefficiente di attrito che tiene conto, tra

l'altro, del materiale costituente la condotta. Sostituendo l'espressione $R_1 = \gamma R J$, risulta:

$$\gamma R J = \lambda \rho v^2$$

da cui, esplicitando J si ha:

$$J = \frac{\lambda \rho v^2}{\gamma R} = \frac{\lambda v^2}{g R}$$

e quindi:

$$J = \frac{v^2}{\chi^2 R}$$

nella quale $\chi^2 = \frac{g}{\lambda}$. La cadente piezometrica J è quindi funzione del quadrato della velocità. Esplicitando v questa espressione si può scrivere $v = \chi \sqrt{R J}$, che rappresenta l'equazione ricavata sperimentalmente da Chezy.

7.3.3 Corrente che muove in regime di transizione

Il regime di transizione si ha nel passaggio dal regime laminare al regime turbolento. Il passaggio avviene in corrispondenza di una velocità critica indicata con v_c , e in esso devono essere valide entrambe le espressioni di R_1 , per cui risulta:

$$\frac{8 \mu v_c}{D} = \lambda \rho v_c^2$$

da cui, esplicitando v_c si ha:

$$v_c = \frac{8 \mu}{\lambda \rho D}$$

Si è riconosciuto sperimentalmente che il fattore $\frac{8}{\lambda}$ vale circa 2500 per tutti i liquidi entro tubi circolari. Per l'acqua, essendo nel sistema pratico di misura $\mu = 0,00015$ e $\rho = 102$, risulta: $v_c = \frac{0,0037}{D}$, e quindi si ha:

$D = 1 \text{ m}$	$v_c = 3,7 \text{ mm/s}$
$D = 0,1 \text{ m}$	$v_c = 3,7 \text{ cm/s}$
$D = 0,01 \text{ m}$	$v_c = 3,7 \text{ dm/s}$

$$D=0,01 \text{ m} \quad v_c=3,7 \text{ dm/s}$$

Si riconosce quindi che, essendo le velocità delle correnti che interessano le applicazioni tecniche, solitamente maggiori di questi valori, nel moto dell'acqua si realizza quasi sempre il regime puramente turbolento.

7.4 Espressione di χ della formula di Chezy nel caso di regime puramente turbolento.

Se si esplicita χ dalla equazione di Chezy si ottiene:

$$\chi = \frac{v}{\sqrt{RJ}}$$

dalla quale si riconosce che le dimensioni di χ sono quelle della radice di una accelerazione.

Per le applicazioni pratiche della formula di Chezy occorre conoscere anche l'espressione di χ , detto coefficiente di scabrezza. Esso è stato determinato da svariati autori. Le espressioni più in uso sono le seguenti:

Bazin ha dedotto per χ la seguente espressione:

$$\chi = \frac{87}{\left(1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}\right)}$$

nella quale γ è "l'indice di scabrezza" che caratterizza il materiale di cui è costituito l'involucro che contiene la corrente e che cresce al crescere della scabrezza.

L'autore fornisce un'accurata descrizione dei condotti e relativi materiali usati per le esperienze condotte, e per ciascuno di essi indica il più appropriato valore di γ . Tali valori, così come quelli riguardanti le esperienze seguenti, sono riportati in svariati manuali tecnici.

Per i canali $\gamma=0,06+2,30$; per i tubi $\gamma=0,08+0,36$ con i valori inferiori corrispondenti a canali o a tubazioni meno scabre.

Kutter propone invece per χ la seguente espressione strutturalmente simile a quella precedente:

$$\chi = \frac{100}{\left(1 + \frac{m}{\sqrt{R}}\right)}$$

nella quale il coefficiente di scabrezza m è variabile nell'intervallo $0,12+2,50$ per i canali e $0,175+0,47$ per i tubi, risultando anche in questo caso valori minori a tubazioni meno scabre.

Gauckler-Manning indica per χ la seguente espressione:

$$\chi = KR^{1/6}$$

La tabella dei valori assunti dal coefficiente di scabrezza K è dovuta a Strickler e propone valori di K decrescenti al crescere della scabrezza.

Darcy suggerisce l'espressione seguente, valida per tubi circolari di ghisa del diametro fino a 400 mm:

$$\chi = \frac{8}{\pi\sqrt{\beta}}$$

nella quale β dipende dalla scabrezza e dal diametro e deriva dall'espressione $\beta = a + \frac{b}{D}$ nella quale $a=0,0016$ e

$b=0,00004$ per tubazioni in ghisa nuova; mentre per tubazioni in ghisa usata i valori stessi vanno moltiplicati per $2+2,5$. Sostituendo nell'espressione di Chezy: $J = \frac{v^2}{\chi^2 R}$ il valore del

raggio idraulico $R = \frac{D}{4}$ ed il coefficiente di scabrezza di

Darcy, si ricava:

$$J = \frac{v^2 4}{\chi^2 D} = \frac{4\pi^2 v^2}{64D} \left(a + \frac{b}{D}\right) = \frac{4\pi^2}{64D} \left(a + \frac{b}{D}\right) \frac{16 Q^2}{\pi^2 D^4}$$

e semplificando, risulta:

$$J = \left(a' + \frac{b'}{D}\right) \frac{Q^2}{D^5} = \beta \cdot \frac{Q^2}{D^5}$$

Da tale espressione si può rilevare che J varia in modo inversamente proporzionale alla quinta potenza del diametro: basta pertanto una piccola variazione di D per provocare forti variazioni di J .

Formule del tipo di quella sopra riportata, di origine empirica, sono state ricavate sperimentalmente in relazione ai diversi materiali utilizzati nella costruzione dei tubi. Si è cercato precisamente di ricondurre l'espressione della cadente J , a formule monomie del tipo: $J = K \frac{Q^n}{D^m}$, nelle quali K , n e m sono valori costanti, dipendenti esclusivamente dai materiali. Alcune di queste sono riportate di seguito.

Per i tubi di acciaio nuovi in Italia spesso si adotta la formula di Scimeni-Veronese: $J = 6,81 \times 10^8 Q^{1,82} D^{-4,71}$, nella quale J , Q e D sono espresse rispettivamente in [m/Km], [l/s] e [mm]. Nel caso di tubi usati la cadente viene maggiorata del 40%.

Per tubi in materiale plastico (PVC, PE, etc.), spesso impiegati negli impianti irrigui aziendali, viene frequentemente usata la formula di Hazen Williams:

$$J = 12 \times 10^9 C^{-1,85} Q^{1,85} D^{-4,87} \quad \text{con } C = 130 + 135$$

nella quale J è espressa in [m/m], la portata Q in [l/s] ed il diametro D in [mm].

Una formula di validità generale è quella di Darcy Weiesbach: $J = \frac{\lambda}{D} \frac{v^2}{2g}$ nella quale il coefficiente di resistenza λ si ricava dalla seguente espressione proposta da Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} - \frac{\epsilon}{3,71D} \right)$$

essendo D il diametro della condotta, ϵ la scabrezza assoluta ⁽¹⁾ Re il cosiddetto numero di Reynolds della corrente pari a $Re = \frac{\rho v D}{\mu} = \frac{v D}{\nu}$, e ν la viscosità cinematica della corrente data dal rapporto $\frac{\mu}{\rho}$.

Tutte le formule sono state ricavate attraverso considerazioni empiriche e pertanto si equivalgono ai fini del calcolo delle resistenze al moto. Nella pratica si ricorrerà all'una piuttosto che all'altra a seconda della migliore corrispondenza delle caratteristiche dei materiali usati per la sperimentazione dei diversi Autori con le caratteristiche dei materiali usati.

Attualmente sono molto usate le formule di Chezy, di Bazin e di Kutter per i canali e le espressioni di tipo monomio come quelle di Scimemi-Veronese (per l'acciaio) e Hazen-William (per i materiali plastici), per le condotte in pressione.

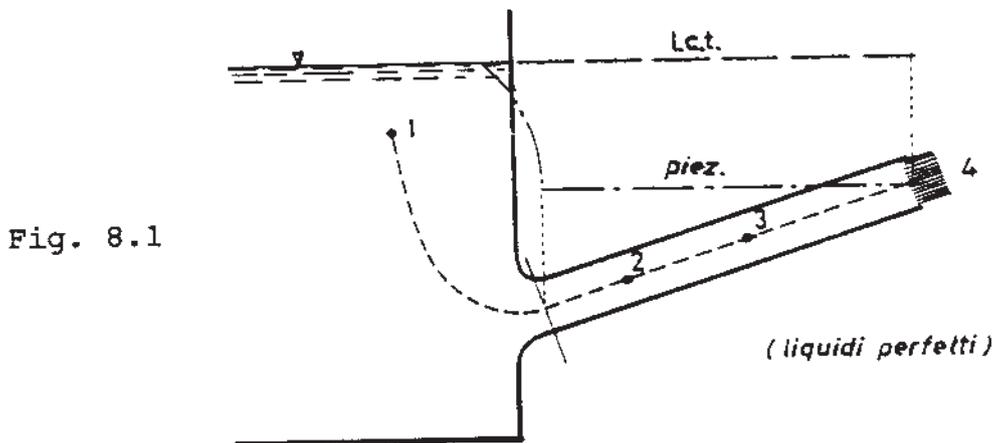
Con l'uso sempre più frequente del calcolo automatico anche espressioni complesse come quelle di Darcy-Weiesbach vengono sempre più frequentemente utilizzate.

(1) Per scabrezza assoluta si intende un parametro capace di esprimere l'altezza delle protuberanze che esistono nelle pareti interne dei condotti, la loro configurazione, la loro reciproca distanza etc. Tali fattori, per ogni tipo di materiale possono sinteticamente esprimersi con una altezza che deve intendersi riferita ad una scabrezza "fittizia" omogenea ed equivalente.

§ 8 - MOTO PERMANENTE DI UNA CORRENTE DI LIQUIDO REALE CON SOLE PERDITE DI CARICO CONTINUE - APPLICAZIONI

8.1 Calcolo di verifica di una tubazione percorsa da una corrente in pressione: applicazione della formula di Chezy del moto uniforme per i liquidi reali

L'applicazione del teorema di Bernoulli fra due sezioni di condotta di area diversa fra le quali c'è un dislivello piezometrico noto, nell'ipotesi di liquido perfetto, consente il calcolo della portata Q (fig. 8.1).

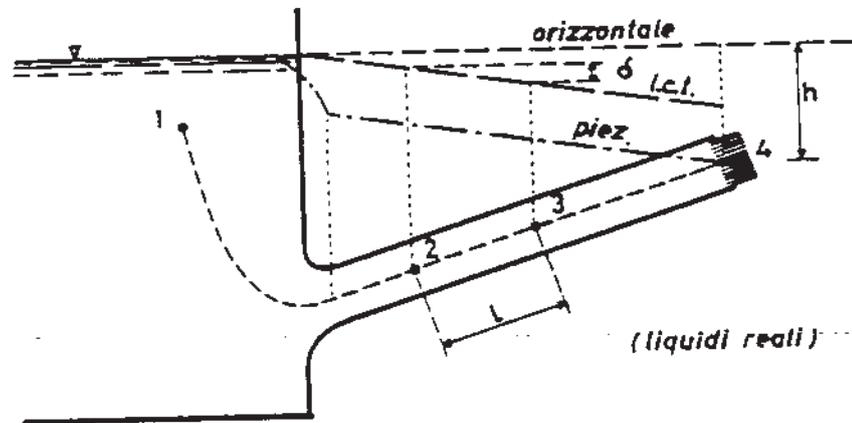


In particolare, se in una delle sezioni si ha un'area praticamente infinita come la sezione 1, posta all'interno del serbatoio, per cui si può ammettere che in essa la velocità v sia nulla, il teorema di Bernoulli è sufficiente per calcolare la portata senza dovere fare ricorso ad altre equazioni aggiuntive quali le equazioni di continuità.

Se le due sezioni hanno la stessa area (sezz. 2 e 3 di fig. 8.1), l'applicazione del teorema di Bernoulli tra le sezioni stesse non consente di ricavare la portata Q perché non c'è tra esse dislivello piezometrico. Se invece il liquido è reale (fig. 8.2) a causa delle perdite di carico dovute alle

dissipazioni di energia, la l.c.t. è inclinata di un angolo pari ad $\arctg(J)$, e la piezometrica, essendo la condotta a diametro costante, risulta parallela alla l.c.t.

Fig. 8.2



Anche tra le sezioni 2 e 3 c'è quindi un dislivello piezometrico δ pari a:

$$\delta = (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) - (z_3 + \frac{p_3}{\gamma})$$

Poiché $\delta = J L$, misurato δ ad esempio mediante dei piezometri, si può ricavare la cadente piezometrica J e quindi, usando ad esempio l'espressione di Chezy: $J = \frac{Q^2}{\chi^2 R \sigma^2}$, la portata Q .

A titolo di esempio si riporta il caso di una tubazione di cemento amianto avente un coefficiente di scabrezza γ di Bazin pari a 0,06, di diametro 0,40 m, per la quale si vuole ricavare la portata che defluisce in condotta nell'ipotesi che si misuri un dislivello piezometrico δ , pari ad 1,00 m relativamente ad un tronco di condotta di lunghezza $L = 100$ m. Risultando: $J = \frac{\gamma}{L} = \frac{1}{100} = 0,01$, $R = \frac{D}{4} = 0,1$ m e $\chi = 73,1$ (m/s)^{1/2}, si ricava: $v = \chi \sqrt{R J} = 2,32$ m/s, e quindi: $Q = 2,32 \frac{0,4^2 \pi}{4} = 0,292$ m³/s.

Viceversa, nota la portata Q si può calcolare il dislivello piezometrico δ esistente tra due sezioni di condotta a distanza unitaria, attraverso l'espressione $Q = \chi \sigma \sqrt{\frac{\delta}{R_1}}$, nella quale l'unica incognita è proprio il dislivello piezometrico

δ . La stessa espressione può essere utilizzata al fine di ricavare dalle espressioni di χ , l'indice di scabrezza (m , k , γ) della tubazione una volta misurate le coppie di valori Q , δ . I calcoli finora esposti sono calcoli di verifica perché le dimensioni che caratterizzano la sezione trasversale della tubazione, (per tubi circolari basta soltanto il diametro D a caratterizzare la tubazione), sono note a priori.

8.2 Cenno al calcolo di progetto

Le espressioni del coefficiente χ proposte da Kutter e da Bazin unitamente all'espressione della cadente di Chezy: $J = \frac{Q^2}{\chi^2 R O^2}$, non si prestano bene al calcolo di progetto, cioè alla determinazione del diametro della condotta D , considerando a priori nota: la portata Q che deve attraversare un tronco di condotta di lunghezza l assegnata, il dislivello piezometrico δ , la cadente J ed anche la scabrezza della parete. Infatti utilizzando tali espressioni di χ , la formula di Chezy non si riesce ad esplicitare rispetto al diametro D .

Tuttavia è ugualmente possibile effettuare il calcolo di progetto procedendo, nella risoluzione dell'espressione di Chezy, per tentativi.

Utilizzando formule di tipo monomio è sempre possibile esplicitare il valore dell'incognita D , con notevoli vantaggi soprattutto per l'immediatezza del calcolo.

Anche l'espressione di Darcy (valevole però solo per tubi in ghisa), pur non essendo monomia si presta a rapidi calcoli. Infatti la relazione $\frac{J}{Q^2} = \frac{a+b/D}{D^5}$, è stata tabellata dall'Autore, per cui, noto il primo membro è possibile attraverso l'uso

delle tabelle medesime ricavare il valore del diametro della condotta.

8.3 Equazione del moto uniforme dei liquidi reali

Per una corrente di liquido reale, che scorre in condizioni di moto uniforme fra due sezioni denominate di monte (m) e di valle (v), si può scrivere una equazione del moto che è una generalizzazione dell'equazione di Bernoulli, perché tiene conto delle perdite continue JL che intervengono nel tronco. In sostanza tale relazione, già utilizzata nell'esempio di fig. 8.2, consente di asserire che per il principio di conservazione dell'energia il carico totale di monte H_m deve essere pari alla somma del carico totale posseduto dalla corrente a valle H_v e delle perdite di carico che si verificano tra le sezioni di monte e di valle considerate. In formula:

$$H_m = H_v + (JL)_{m-v}$$

Nel caso di liquido perfetto si annulla l'ultimo termine e si ritrova così il teorema di Bernoulli. Se tale relazione si applica ancora all'esempio di fig. 8.2 fra le sezioni 2 e 3 ($v_2=v_3$), si ottiene:

$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} + \frac{v^2}{\chi^2 R} L$$

nella quale:

$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = H_2; \quad z_3 + \frac{p_3}{\gamma} + \frac{v_3^2}{2g} = H_3; \quad \frac{v^2}{\chi^2 R} L = (JL)_{2-3}$$

Posto $\delta = (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) - (z_3 + \frac{p_3}{\gamma})$, si ricava:

$$\delta = \frac{v^2}{\chi^2 R} L = \frac{Q^2}{\chi^2 R \sigma^2} L$$

Si osservi che, se ancora nell'esempio di fig. 8.2 si applica il teorema di Bernoulli fra le sezioni 1 e 4, si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} + \frac{v_4^2}{\chi^2 R} L$$

per cui, esplicitando h si ricava:

$$h = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - z_4 = v^2 \left(\frac{1}{2g} + \frac{L}{\chi^2 R} \right)$$

avendo considerato $\frac{p_4}{\gamma} = 0$, $v_1 = 0$ e $v = v_2 = v_3 = v_4$

Il valore della velocità che si ottiene non è pari alla velocità torricelliana come nel caso di liquido perfetto, ma è pari a:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{2gL}{\chi^2 R}}}$$

Tale valore risulta inferiore alla velocità torricelliana per la presenza del termine $\frac{2gL}{\chi^2 R}$, che tiene conto delle perdite di carico. Lo stesso procedimento può applicarsi al caso in cui il tubo anziché essere rettilineo ha una curvatura non molto accentuata, in modo da non provocare perdite di carico aggiuntive rispetto alle perdite continue.

3.4 Esempi di applicazione dell'equazione del moto permanente per i liquidi reali

Nel caso di una corrente di liquido reale che scorre in condizione di moto permanente in una condotta, costituita da più tronchi di diverso diametro, all'interno dei quali la corrente muove in moto uniforme, con passaggio graduale da un tronco all'altro, l'equazione di Bernoulli si generalizza nella equazione: $H_m = H_v + \Sigma(JL)_{m-v}$, nella quale quindi per calcolare le perdite di carico si ha una sommatoria di

termini JL, ognuno dei quali si riferisce ad un determinato tronco. Tale equazione rappresenta l'equazione del moto; se tronco per tronco si esplicita il valore della cadente piezometrica, ci si accorge come in essa figurano diverse velocità, per cui, per ricavare la portata Q occorre associare ad essa, come si è visto per i liquidi perfetti, l'equazione di continuità: $Q=vo=cost.$

8.4.1 Casi di pratica applicazione

Si consideri la condotta rappresentata in fig. 8.3 e costituita da un tronco a sezione costante ed un tronco convergente con sbocco nell'atmosfera. La lunghezza della condotta sia l.

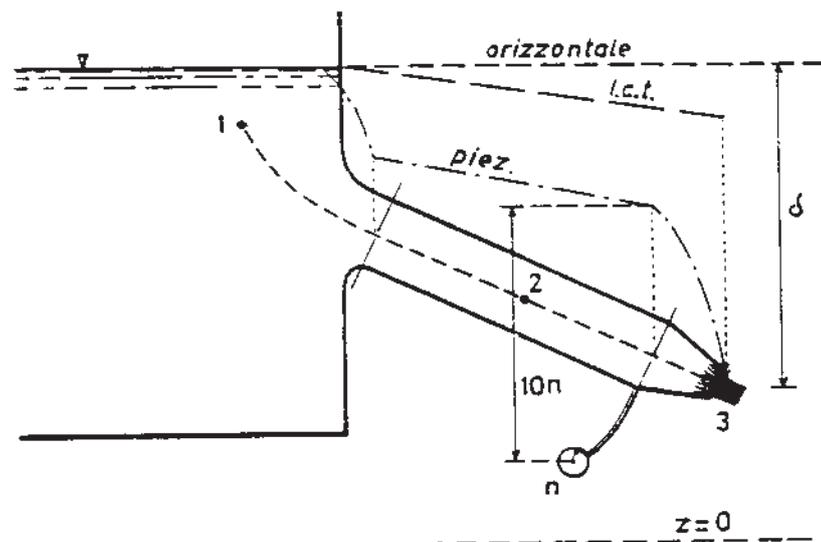


Fig. 8.3

L'imbocco sia sagomato in modo che attraverso esso la corrente si immette nella condotta molto gradualmente (in modo tale da non dissipare energia). In tale caso l'equazione del moto, scritta tra un punto 1 interno al serbatoio ed un punto 3 in corrispondenza della sezione contratta, risulta:

$$H_1 = H_3 + \frac{v_2^2}{\chi^2 R_2} l$$

(si trascurano le perdite di carico nel tronco convergente in quanto si presume corto rispetto alla condotta).

Esplicitando i diversi termini si ottiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + 0 = z_3 + 0 + \frac{v_3^2}{2g} + \frac{v_2^2}{\chi_2^2 R} l$$

nella quale i termini v_3 e v_2 risultano incogniti. Se all'equazione del moto si associa l'equazione di continuità:

$$Q = v_2 \sigma_2 = v_3 \sigma_3$$

si ottiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} - z_3 = \frac{Q^2}{2g\sigma_3^2} + \frac{Q^2}{\chi_2^2 R_2 \sigma_2^2} l$$

e quindi:

$$\delta = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sigma_3^2} + \frac{2ql}{\chi_2^2 R_2 \sigma_2^2} \right)$$

tramite la quale è possibile ricavare la portata Q nota che sia la geometria del sistema. In effetti non si conosce l'area della sezione contratta σ_3 , ma l'area della sezione di uscita σ_v . E' possibile quindi calcolare σ_3 noto che sia il rapporto: $c_c = \frac{\sigma_3}{\sigma_v}$, che viene definito coefficiente di contrazione; tale coefficiente è generalmente dedotto sperimentalmente in funzione delle caratteristiche geometriche del boccaglio, e vale circa 0,8+0,95.

Lo stesso procedimento può impiegarsi nel caso in cui in entrambe le sezioni di monte (m) e di valle (v) la corrente è in movimento, come in fig. 8.4. Trascurando le perdite nei raccordi fra i diversi tronchi cilindrici, l'equazione del moto può scriversi:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_4 + 0 + \frac{v_4^2}{2g} + \frac{v_1^2}{\chi_1^2 R_1} l_1 + \frac{v_2^2}{\chi_2^2 R_2} l_2 + \frac{v_3^2}{\chi_3^2 R_3} l_3$$

dove l_1 è la lunghezza del tronco compreso tra la sezione 1 e il divergente, l_2 e l_3 , sono le lunghezze degli altri due tronchi cilindrici. Deve quindi verificarsi la condizione geometrica che la somma dei segmenti rappresentativi delle diverse forme di energia e che misura il carico a monte, deve essere uguale alla somma dei segmenti che misurano il carico a valle e dei vari segmenti che esprimono le perdite di carico tra le due sezioni.

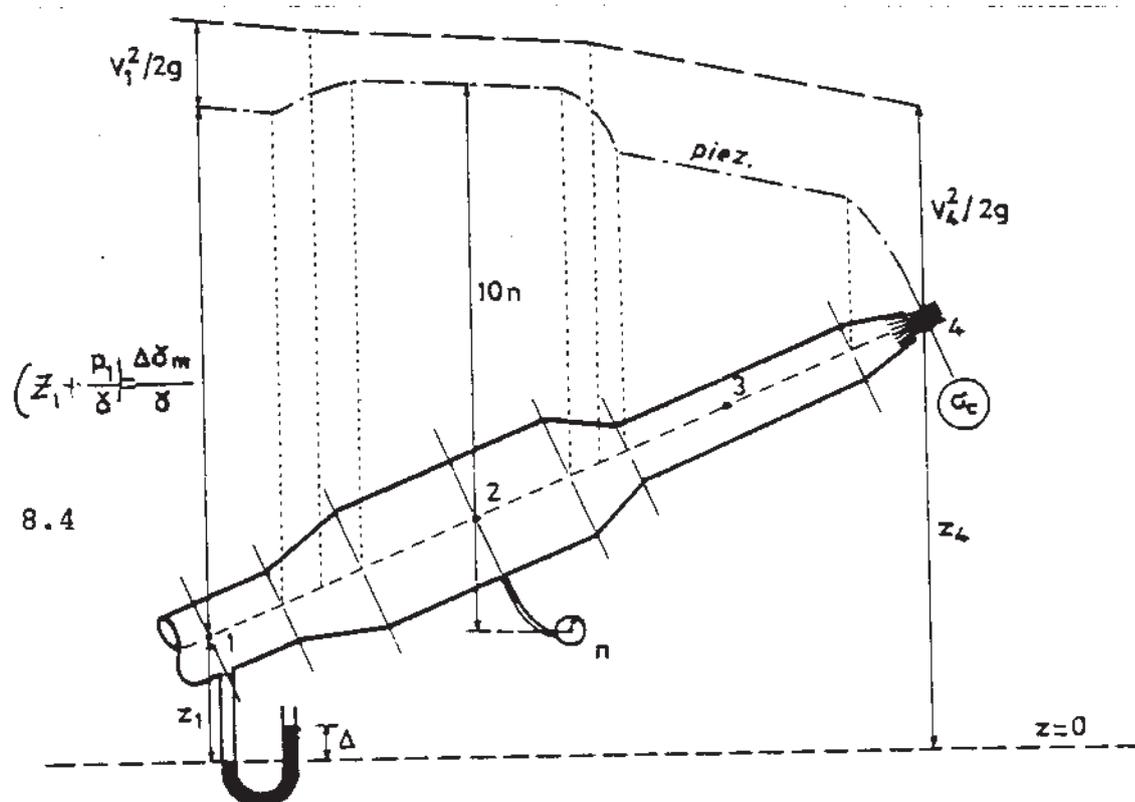


Fig. 8.4

Misurato dunque il dislivello Δ tra i menischi del manometro a mercurio e nota la quota geometrica z_4 dello sbocco, misurata rispetto al piano di riferimento $z=0$, si ricava il dislivello piezometrico $(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - z_4$. Associando all'equazione del moto precedentemente scritta l'equazione di continuità, può ricavarsi la portata Q . In pratica sostituendo nell'equazione del moto al posto di v_1, v_2, v_3, v_4

rispettivamente $\frac{Q}{\sigma_1}$, $\frac{Q}{\sigma_2}$, $\frac{Q}{\sigma_3}$, $\frac{Q}{\sigma_4}$, si ha una equazione di secondo grado, la cui soluzione positiva rappresenta proprio la portata Q .

In generale, per potere risolvere un problema di verifica, bisogna ricercare lungo la condotta, due sezioni fra le quali sia noto o ricavabile dai dati forniti, il dislivello piezometrico δ , per cui note tutte le caratteristiche geometriche (diametri e lunghezze dei diversi tronchi) ed idrauliche (scabrezza) della condotta compresa tra tali sezioni può ricavarsi la portata Q risolvendo il sistema costituito dalla equazione del moto e dalla equazione di continuità.

Nel caso riportato in Fig. 8.5, risulta:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_4 + \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_4^2}{2g} + \frac{v_2^2}{\chi_2^2 R_2} l_1 + \frac{v_3^2}{\chi_3^2 R_3} l_2$$

da cui essendo: $v_1 = \frac{Q}{\sigma_1}$; $v_2 = \frac{Q}{\sigma_2}$; $v_3 = \frac{Q}{\sigma_3}$; $v_4 = \frac{Q}{\sigma_4}$, si ricava:

$$\delta = (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_4 + \frac{p_4}{\gamma}) = Q^2 \left(\frac{1}{2g\sigma_4^2} + \frac{l_1}{\chi_2^2 R_2 \sigma_2^2} + \frac{l_2}{\chi_3^2 R_3 \sigma_3^2} \right)$$

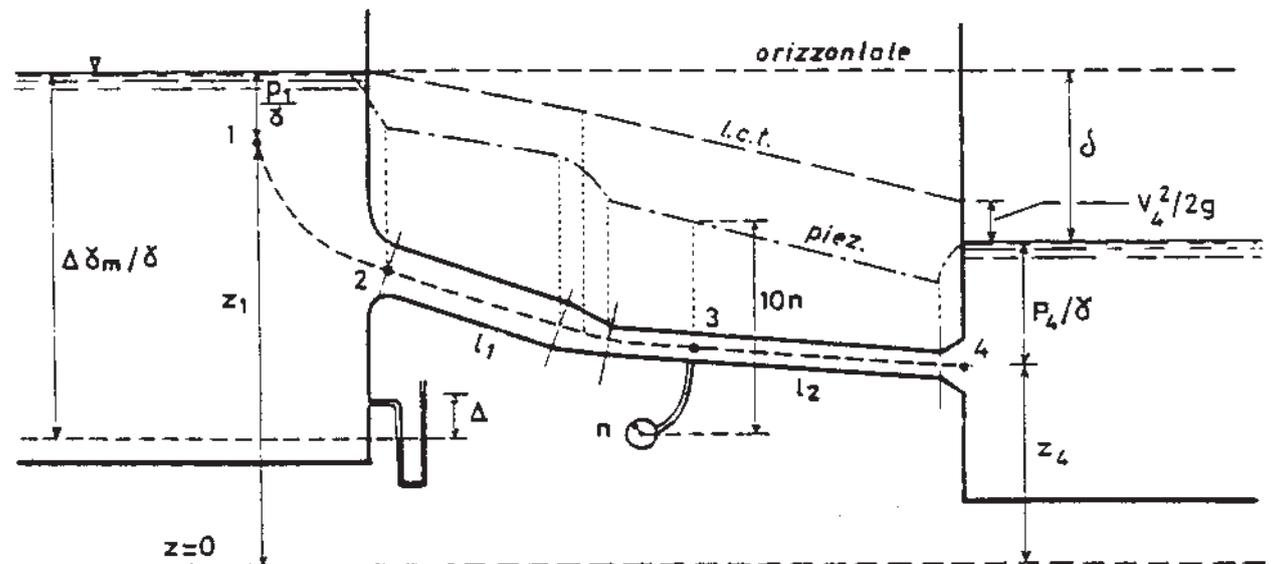


Fig. 8.5

Occorre notare come in questo caso, sebbene il liquido contenuto dentro il serbatoio di monte sia in quiete, il considerare il liquido reale anziché perfetto abbia reso necessario il ricorso all'equazione di continuità.

§ 9 - PERDITE DI CARICO LOCALIZZATE - EQUAZIONE GENERALE DEL MOTO DI UNA CORRENTE DI LIQUIDO REALE - LUNGHE CONDOTTE

9.1 Perdite di carico localizzate

Se il passaggio tra i diversi tronchi di tubazione non è graduale e quindi non avviene mediante raccordi convergenti o divergenti sufficientemente lunghi, ma è brusco, si verifica una repentina variazione della velocità conseguentemente alla brusca variazione del diametro. Ciò comporta, localmente, una ulteriore agitazione turbolenta della corrente che causa una trasformazione aggiuntiva di energia meccanica in energia termica che viene dissipata. Per tale motivo in tal caso si verificano delle perdite di carico localizzate (si chiamano localizzate in contrapposizione alle perdite continue o distribuite che si manifestano lungo lo sviluppo della condotta) che schematicamente si suppongono concentrate nella sezione dove cambia bruscamente il diametro, anche se in realtà si verificano in un tronco di condotta più o meno breve in corrispondenza della discontinuità. Tali perdite di carico, essendo dovute alla turbolenza sono funzioni del quadrato della velocità e a parità di ogni altra condizione, sono maggiori quando la corrente rallenta in quanto proprio per lo scambio fra energia cinetica ed energia di pressione, la pressione cresce nel verso del moto per cui viene ostacolato il moto di trasporto e si ha un incremento dell'agitazione turbolenta. Viceversa le perdite sono minori quando la corrente accelera gradualmente come per esempio in

un convergente nel quale in genere le perdite possono essere trascurate.

Esaminiamo di seguito le possibili cause di perdite di carico localizzate e vediamo come esse possono essere determinate.

a) Brusco allargamento di sezione (fig. 9.1)

La perdita di carico dovuta ad un brusco allargamento della sezione di una condotta può essere calcolata con la formula semi empirica di Borda, secondo la quale la perdita localizzata λ vale: $\lambda = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$. Ciò significa che nel brusco allargamento di sezione si perde l'energia cinetica corrispondente alla velocità perduta $(v_1 - v_2)$. La l.c.t. ha schematicamente un brusco abbassamento, di valore λ , proprio in corrispondenza dell'allargamento. La piezometrica invece si allontana dalla condotta in quanto si ha un repentino recupero di quota piezometrica.

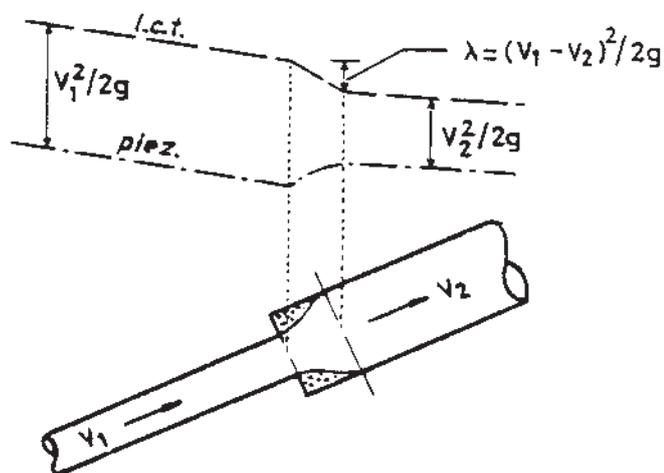


Fig. 9.1

b) Sbocco (fig. 9.2)

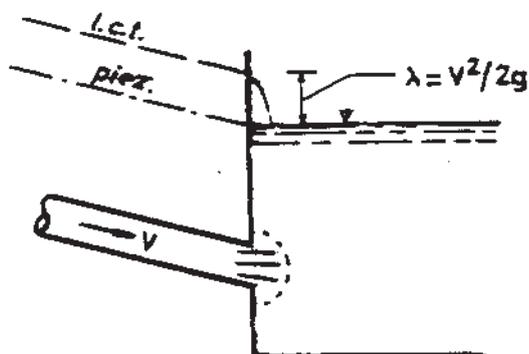
Come caso particolare si consideri una condotta che sbocca in un serbatoio ove il liquido è in quiete.

In tal caso l'espressione di Borda, essendo $v_2=0$, si riduce a: $\frac{v_1^2}{2g}$. Nello sbocco si perde quindi l'intera altezza cinetica.

In realtà la perdita avviene oltre lo sbocco, all'interno del

bacino dove la corrente si diffonde e tutta l'energia cinetica posseduta dalla stessa si trasforma in energia termica che viene dissipata.

Fig. 9.2

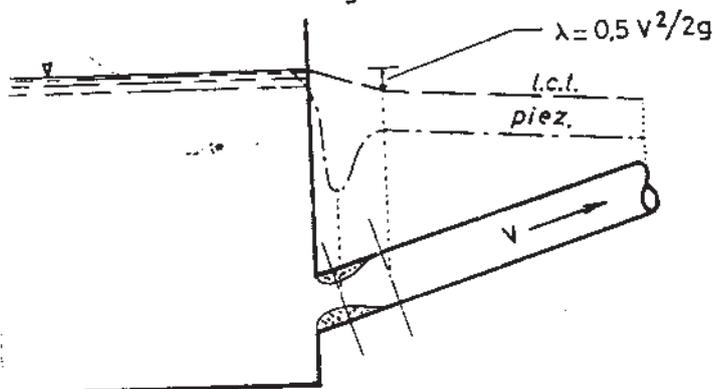


In corrispondenza della sezione di sbocco la l.c.t. si abbatte fino a coincidere con il livello nel serbatoio (fig. 9.2)

c) Imbocco

Nel caso di un imbocco a spigolo vivo si ha una convergenza dei filetti liquidi della corrente che provoca la accelerazione dei filetti stessi fino alla sezione contratta (fig. 9.3), oltre la quale la corrente diverge e quindi decelera. Dalla sezione di imbocco alla sezione contratta la perdita λ_1 , calcolata sperimentalmente, vale: $\lambda_1 = 0,1 \frac{v^2}{2g}$, e risulta minore della perdita λ_2 che si ha nel tronco dove la corrente diverge, che si può ricavare con l'espressione di Borda, e che è pari a: $\lambda_2 = \frac{(v_c - v)^2}{2g}$.

Fig. 9.3



Poiché per l'equazione di continuità: $v_c \sigma_c = v \sigma$, risulta:

$$v_c = v \frac{\sigma}{\sigma_c} = \frac{v}{C_c} = 1,61v$$
 , essendo $C_c = \frac{\sigma_c}{\sigma}$
 pari a 0,62, come risulta sperimentalmente.

Sostituendo nell'espressione di λ_2 si ha:

$$\lambda_2 = 0,61^2 \frac{v^2}{2g} = 0,4 \frac{v^2}{2g}$$

per cui, la perdita di carico complessiva all'imbocco vale:

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 = (0,1 + 0,4) \frac{v^2}{2g} = 0,5 \frac{v^2}{2g}$$

nella quale si è indicato con v la velocità assunta dalla corrente laddove essa occupa l'intera sezione trasversale della condotta.

d) Brusco restringimento della sezione

Analogamente, nel brusco restringimento della sezione (fig. 9.4), se è $D_1 > 2D_2$, cioè $\sigma_1 > 4\sigma_2$, la perdita di carico λ risulta ancora pari a $0,5 \frac{v_2^2}{2g}$, essendo v_2 la velocità nel tubo di diametro D_2 . Nel caso in cui $D_1 < 2D_2$, allora $\lambda = k \frac{v_2^2}{2g}$, in cui il coefficiente k da utilizzare per il calcolo della perdita di carico risulta minore di 0,5 ed assume valori compresi tra 0 e 0,5 in funzione del rapporto D_2/D_1 . Tali valori possono rilevarsi dai manuali tecnici.

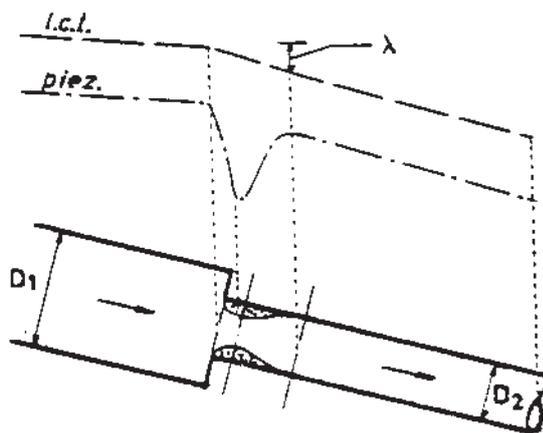


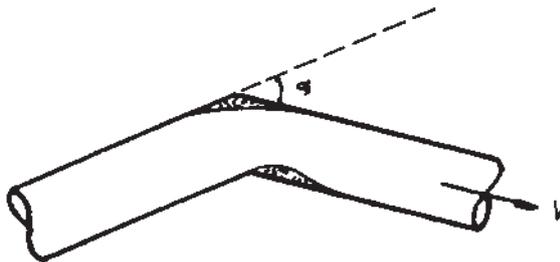
Fig. 9.4

e) Gomiti e curve

Anche nei gomiti e nelle curve (fig. 9.5), si generano delle correnti vorticose che sono causa di perdite di carico localizzate che valgono: $\lambda = k \frac{v^2}{2g}$, nella quale si è indicato

con k un coefficiente, tabellato nei manuali, in funzione dell'angolo α formato tra gli assi delle tubazioni e del diametro.

Fig. 9.5



g) Altre perdite di carico localizzate

Altre perdite di carico localizzate possono essere causate dalla presenza nella condotta di saracinesche, filtri o altri apparecchi. In tali casi consultando i cataloghi delle case costruttrici, è possibile dedurre, mediante abachi o tabelle, le perdite di carico localizzate in funzione delle caratteristiche geometriche degli apparecchi stessi e della portata.

9.2 Equazione generale del moto permanente

Nel caso più generale in cui lungo la condotta ci sono sia perdite di carico continue sia perdite di carico localizzate (fig.9.6), l'equazione del moto si scrive:

$$H_m = H_v + (\sum J L)_{m-v} + (\sum \lambda)_{m-v}$$

nella quale H_m ed H_v rappresentano rispettivamente il carico totale che la corrente possiede a monte e a valle, $(\sum J L)_{m-v}$ la somma delle perdite di carico continue che si hanno nei diversi tronchi di condotta e $(\sum \lambda)_{m-v}$ la somma di tutte le perdite di carico localizzate (imbocco, brusco allargamento, brusco restringimento, sbocco etc.).

Una volta stabilito il piano di riferimento $z=0$, sia il carico totale di monte H_m che il carico totale di valle H_v

risultano dei termini noti essendo rispettivamente funzione della posizione del p.c.i. nei due serbatoi.

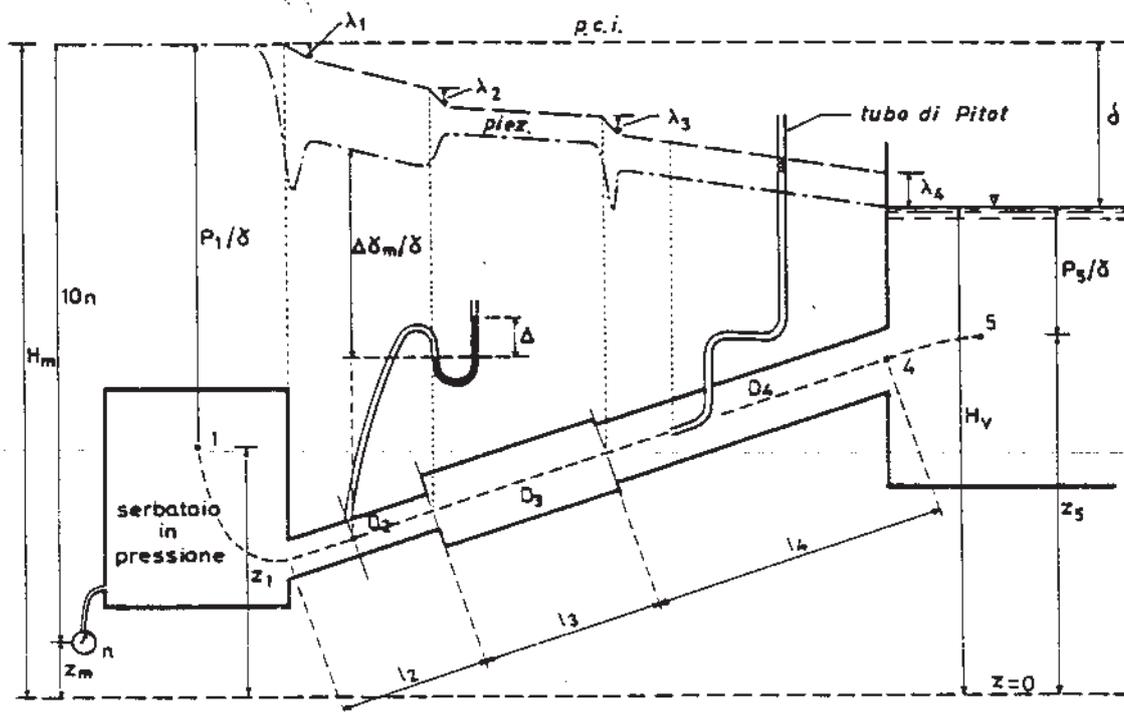


Fig. 9.6

Nel serbatoio di monte (in pressione), il p.c.i. può individuarsi attraverso l'indicazione n data dal manometro metallico (per l'acqua si ricorda che $p/\gamma=10n$). Risulta:

$$H_m = z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_m + 10n$$

Il carico di valle H_v , essendo il liquido all'interno del serbatoio fermo, è dato dalla somma tra la quota geometrica e l'altezza piezometrica ed è quindi pari a: $H_v = z_5 + \frac{P_5}{\gamma}$

Le perdite di carico localizzate valgono:

$$\lambda_1 = 0,5 \frac{v_2^2}{2g} \quad (\text{perdita di imbocco})$$

$$\lambda_2 = \frac{(v_2 - v_3)^2}{2g} \quad (\text{perdita per brusco allargamento})$$

$$\lambda_3 = 0,3 \frac{v_4^2}{2g} \quad (\text{perdita per brusco restringimento, avendo supposto } k=0,3)$$

$$\lambda_4 = \frac{v_4^2}{2g} \quad (\text{perdita di sbocco})$$

La somma delle perdite continue che si hanno nei diversi tronchi di condotta vale:

$$\frac{v_2^2}{\chi_2^2 D_2/4} l_2 + \frac{v_3^2}{\chi_3^2 D_3/4} l_3 + \frac{v_4^2}{\chi_4^2 D_4/4} l_4$$

Esplicitando i diversi termini, l'equazione del moto può scriversi:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + 0 = z_5 + \frac{p_5}{\gamma} + 0,5 \frac{v_2^2}{2g} + \frac{(v_2 - v_3)^2}{2g} + 0,3 \frac{v_4^2}{2g} + \frac{v_4^2}{2g} +$$

$$+ \frac{v_2^2}{\chi_2^2 D_2/4} l_2 + \frac{v_3^2}{\chi_3^2 D_3/4} l_3 + \frac{v_4^2}{\chi_4^2 D_4/4} l_4$$

In realtà, nell'equazione del moto la sezione di valle rispetto alla quale valutare i diversi contenuti energetici della corrente, può indifferentemente considerarsi all'interno del serbatoio di valle o in corrispondenza della sezione di sbocco della condotta: in quest'ultimo caso la perdita di carico allo sbocco non ha ancora avuto modo di attuarsi per cui, il termine $\frac{v_4^2}{2g}$ rappresenta una aliquota (termine cinetico) del carico totale posseduto dalla corrente in corrispondenza della sezione di sbocco. Associando all'equazione del moto l'equazione di continuità: $Q = v_0 = \text{cost}$, e sostituendo al posto della generica v_1 il valore Q/σ_1 , si ricava una sola equazione in cui compare come unica incognita la portata Q e attraverso la quale, note tutte le caratteristiche geometriche ed idrauliche del sistema, dato il dislivello piezometrico δ tra i due serbatoi, può ricavarsi la portata Q ; ovvero, analogamente, nota la portata Q si può ricavare il dislivello δ .

9.3 Lunghe condotte: Ipotesi di lavoro - Esempio di calcolo

Per un tubo di scabrezza media, il coefficiente β della formula di Darcy si può porre pari a 0,002. Essendo $\chi = \frac{8}{\pi\sqrt{\beta}}$, la

cadente piezometrica J risulta:

$$J = \frac{v^2}{\chi^2 R} = \frac{v^2}{\chi^2 D/4} = \frac{4v^2\pi^2\beta}{8^2 D} = \frac{v^2\pi^2\beta}{16D} = \frac{0,002\pi^2 2g}{16D} \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{40D} \frac{v^2}{2g}$$

da cui:

$$J(40D) = \frac{v^2}{2g}$$

ciò vuol dire che l'altezza cinetica, pari alla perdita di sbocco, equivale ad una perdita continua JL offerta da un tronco di tubazione lungo circa 40 diametri.

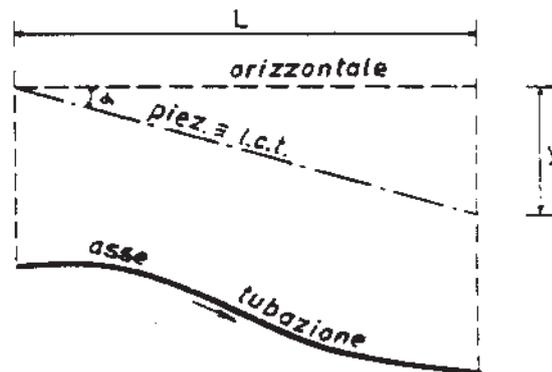
Complessivamente la somma tra la perdita di imbocco ($0,5\frac{v^2}{2g}$) e la perdita di sbocco ($\frac{v^2}{2g}$) equivale alle perdite continue di una tubazione avente scabrezza media $\beta=0,002$ e di lunghezza pari a 60 diametri.

Le altre perdite di carico localizzate si possono tutte scrivere come aliquota del carico cinetico e quindi $k\frac{v^2}{2g}$, essendo k un coefficiente dell'ordine di grandezza dell'unità. Attraverso questo ragionamento si può concludere che, per una condotta avente lunghezza dell'ordine di alcune migliaia di diametri (molto maggiore di 60D), le perdite localizzate sono trascurabili nei confronti delle perdite continue per cui è sufficiente mettere in conto solo queste ultime. Una condotta siffatta viene definita lunga condotta.

Nei calcoli relativi alle lunghe condotte (acquedotti, reti fisse di impianti di irrigazione intubata etc.), possono ammettersi le seguenti ipotesi semplificative:

- a) si trascurano le perdite localizzate;
 b) si trascura il termine cinetico $\frac{v^2}{2g}$ perché in genere risulta modesto rispetto agli altri carichi e pertanto la piezometrica può assumersi coincidente con la l.c.t.;
 c) si può sostituire alla lunghezza effettiva della condotta la sua proiezione topografica. Ciò è lecito in quanto l'andamento altimetrico del profilo del terreno lungo la condotta è solitamente pianeggiante o con pendenze modeste.
- Sotto quest'ultima ipotesi la cadente piezometrica J data dal rapporto tra le perdite di carico Y e la lunghezza l della condotta, coincide con la tangente dell'angolo α che la piezometrica forma con l'orizzontale (fig. 9.7).

Fig. 9.7



Pertanto se una lunga condotta, di dati D , l e scabrezza collega due serbatoi fra i cui peli liberi c'è il dislivello δ , risulta $Jl = \delta$, per cui utilizzando l'espressione di J più opportuna in relazione al materiale considerato, può ricavarsi la portata Q (fig. 9.8). La piezometrica, coincidente con la l.c.t., è quindi la retta congiungente i due peli liberi dei serbatoi di monte e di valle. Il valore dell'indice di scabrezza da considerarsi nei calcoli è quello che competerà alla situazione di tubo usato (dopo un certo numero di anni di esercizio) e risulta per alcuni materiali (specie per l'acciaio e la ghisa) maggiore del valore

dell'indice di scabrezza che compete alla condizione di tubi nuovi.

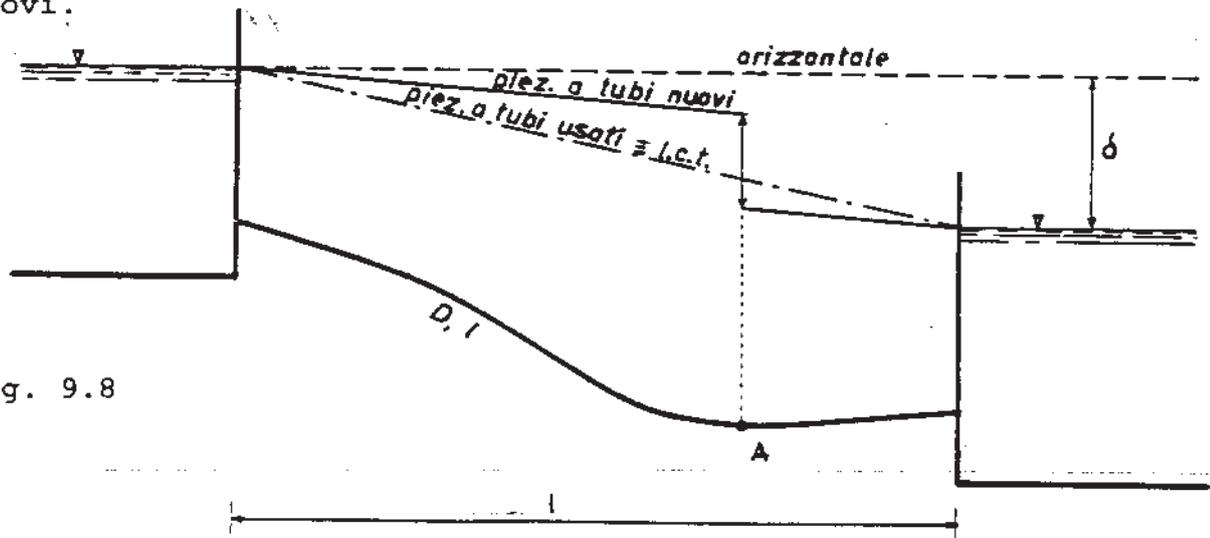


Fig. 9.8

A parità di portata Q e di dislivello piezometrico δ , a tubo nuovo la piezometrica, che parte sempre dal pelo libero a monte, risulta meno inclinata; per raccordarsi alla quota piezometrica del serbatoio di valle, occorre dissipare una aliquota del carico complessivo δ posseduto dalla corrente, introducendo in condotta, ad esempio in corrispondenza della sez. A, ovvero nella sezione terminale, una saracinesca che provoca una perdita di carico localizzata prima per brusco restringimento, pari a: $\alpha (v^2/2g)$, e poi di tipo Borda pari a: $\frac{(v_c - v)^2}{2g}$ (fig. 9.9).

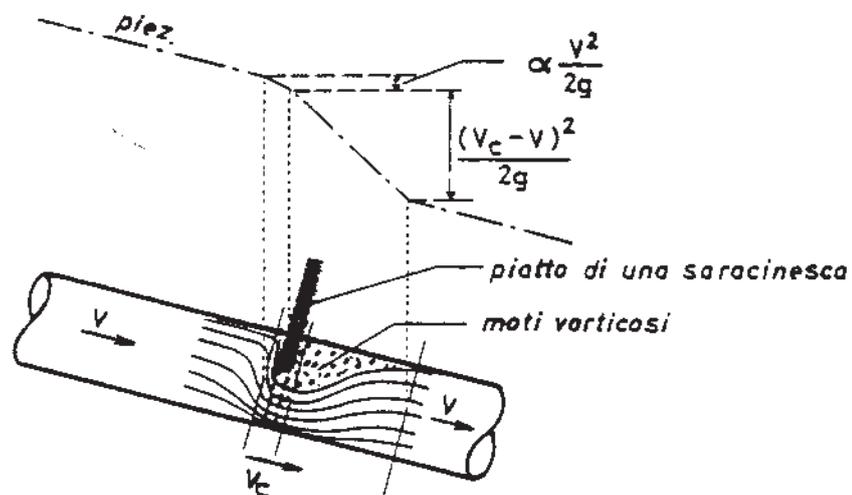


Fig. 9.9

Con il passare del tempo la scabrezza aumenta, per cui la perdita di carico localizzata deve diminuire in modo che la perdita totale sia sempre pari al carico disponibile δ ; a questo scopo la saracinesca si va via via aprendo fino alla condizione di totale apertura, che si realizza quando i tubi hanno raggiunto la condizione di tubi usati, per cui l'indice di scabrezza risulta pari al valore messo in conto nei calcoli di progetto. La saracinesca produce una perdita di carico localizzata che schematicamente in fig. 9.9, viene indicata attraverso un brusco abbassamento della l.c.t. in corrispondenza della sezione A ove è posta la saracinesca.

S 10 - IMPIANTI DI SOLLEVAMENTO E MACCHINE OPERATRICI (POMPE)

10.1 Impianti di sollevamento

Attraverso ciò che finora è stato esposto, si è potuto osservare che la l.c.t. pende sempre nel verso del moto risultando inclinata da monte verso valle per effetto delle perdite continue e per effetto delle perdite localizzate. Queste ultime causano dei bruschi abbassamenti della l.c.t. che vengono visualizzati con dei salti nella l.c.t. stessa. Nel campo gravitazionale, per effetto del dislivello piezometrico esistente tra due sezioni della corrente, l'acqua muove naturalmente da monte verso valle. Se invece lungo il percorso dell'acqua in una condotta si inserisce una macchina operatrice (pompa) che cede energia meccanica alla corrente, in corrispondenza di essa si ha un brusco innalzamento della l.c.t. e può quindi realizzarsi il sollevamento dell'acqua da quote più basse a quote più alte. Il tronco a monte della pompa (fig. 10.1), viene chiamato tronco di aspirazione, mentre il tronco a valle viene chiamato tubo di mandata; in tali tronchi evidentemente si hanno delle perdite di carico e l'andamento della l.c.t. è pertanto sempre inclinato nel verso del moto. Si definisce prevalenza manometrica H_m la differenza fra le quote piezometriche nelle due sezioni U (di uscita) ed E (di ingresso) dell'acqua nella pompa ed è evidentemente ricavabile attraverso le indicazioni dei manometri n_u e n_e . La prevalenza totale H_t , viene definita come l'analogica differenza $H_u - H_e$ tra i carichi totali posseduti dalla

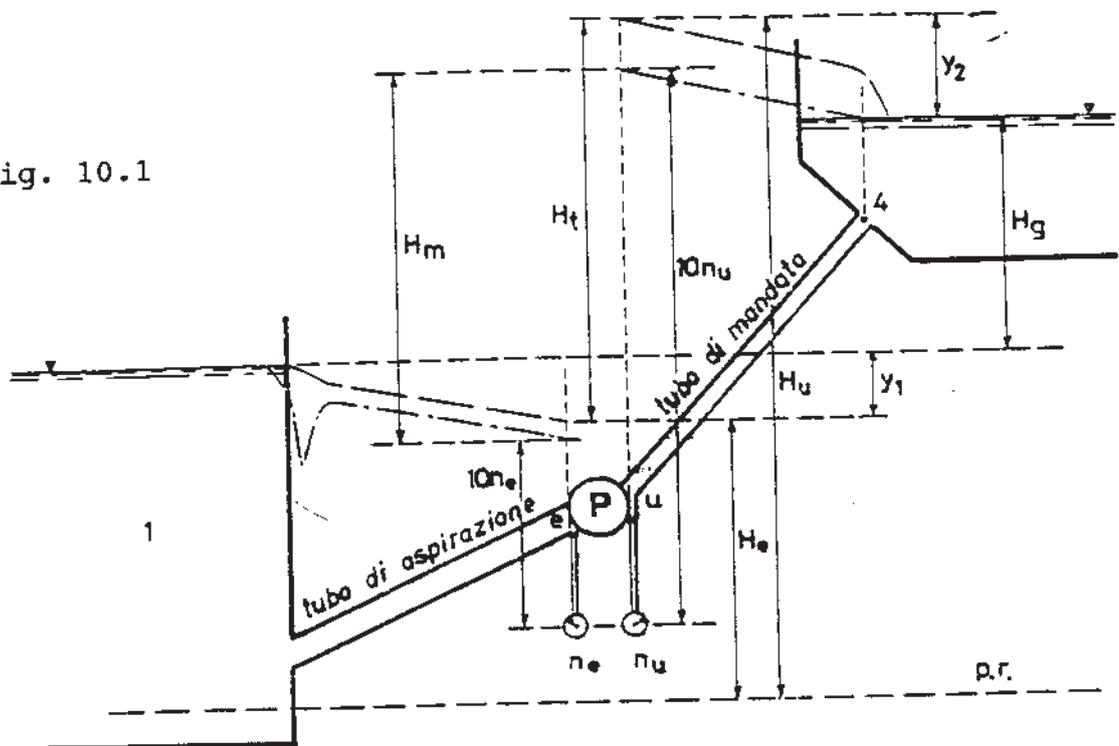
corrente rispettivamente nelle sezioni di uscita e di ingresso della pompa. Tale prevalenza totale deve risultare:

$$H_t = Y_1 + Y_2 + H_g$$

essendo H_t l'energia che l'unità di peso della corrente riceve dalla pompa, Y_1 la somma delle perdite di carico continue e localizzate nel tronco di condotta posta a monte della pompa (condotta di aspirazione), Y_2 la somma delle perdite di carico nel tronco di condotta posta a valle (condotta di mandata) ed H_g la prevalenza geodetica che rappresenta il dislivello da superare tra i p.c.i. dei due serbatoi. La condotta e la pompa sono attraversate da una portata ponderale pari a γQ chilogrammi di liquido, per cui l'energia che la corrente riceve nell'unità di tempo (potenza che la pompa fornisce alla corrente) vale:

$$W_{\text{utile}} = \gamma Q H_t.$$

Fig. 10.1



Considerando che il gruppo motore-pompa ha un rendimento complessivo η (dato da $\eta = \eta_p \eta_m$, prodotto del rendimento della

pompa η_p e del rendimento del motore η_m), la potenza W del motore da accoppiare alla pompa deve essere:

$$W = \frac{\gamma Q H_t}{\eta} \text{ [Kg m/s]}$$

ovvero, essendo per l'acqua $\gamma=1000 \text{ Kg/m}^3$, ed essendo $1\text{HP}=75 \text{ Kg m/sec}$ e $1\text{kW}=102 \text{ Kg m/sec}$:

$$W = 13,33 \frac{QH_t}{\eta} \text{ [HP]}$$

o anche:

$$W = 9,81 \frac{QH_t}{\eta} \text{ [kW]}$$

avendo espresso Q e H_t in unità del sistema tecnico.

Una pompa determina quindi nella sezione della corrente in cui è inserita un aumento dell'energia meccanica pari a H_t ; tale energia è a sua volta fornita da un motore che viene accoppiato alla pompa. In relazione alla forma di energia posseduta dalla corrente (di posizione, piezometrica e cinetica) che la macchina consente di incrementare, si possono distinguere tre tipi di macchine:

1) Pompe centrifughe nelle quali l'aumento di energia risulta essenzialmente ottenuto attraverso un incremento della velocità v (e quindi dell'energia cinetica della corrente) che viene subito a valle della pompa trasformata in incremento di pressione; nelle pompe centrifughe i rendimenti sono generalmente bassi ($\eta=0,5$ per le piccole, fino a $\eta=0,85$ per le grandi); esse sono robuste e poco costose, e si possono accoppiare direttamente a motori elettrici ad elevato numero di giri. Oggi sono le pompe più diffuse.

2) Pompe a pistone rotative o semirotative nelle quali l'aumento di energia si attua attraverso un aumento di

pressione p, che consente il sollevamento del liquido; le pompe a pistone alternative, a semplice o a doppio effetto, le pompe rotative a palette radiali, a semplice o a doppio asse, le pompe semirotative, hanno un rendimento abbastanza elevato ($\eta=0,85$); sono però delle macchine poco usate perché sono ingombranti, complicate, delicate e non si possono accoppiare a motori veloci.

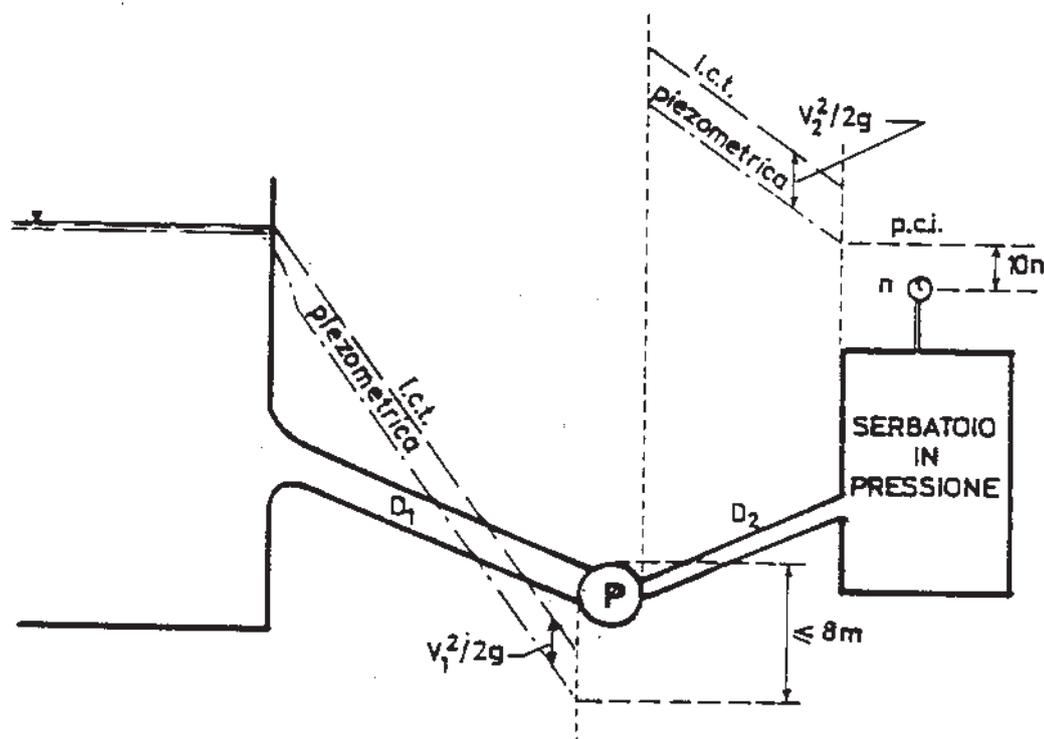
3) Nastri multicellulari, norie a tazze, coclee o viti di Archimede che realizzano l'aumento dell'energia di posizione attraverso l'aumento dell'altezza geometrica Z delle particelle liquide, senza che la pressione e la velocità varino nell'attraversare la macchina. Anche se sono macchine piuttosto antiche, tuttora capita di vederle nelle campagne, nei paesi in via di sviluppo, o per qualche applicazione particolare. Il rendimento di tali macchine è dell'ordine di $\eta=0,6\div0,7$.

Il tronco di condotta posto a monte della pompa è spesso in depressione e per tale motivo viene detto di aspirazione. In esso talvolta la piezometrica passa al di sotto della condotta (fig. 10.2).

La massima depressione teorica tollerabile, che si ha, in genere, in corrispondenza della sezione di ingresso della pompa, vale (in termini di altezza piezometrica) 10,33m, per condotte convoglianti acqua, ma è bene che praticamente non sia superiore a 7÷8m. Pertanto, per un assegnato diametro D_1 della condotta di aspirazione (vedi fig. 10.2), imponendo la condizione che la massima depressione raggiunga tale valore limite pratico (7÷8m), è possibile determinare la portata

massima (Q_{max}) che può essere sollevata dal sistema pompa-condotta.

Fig. 10.2



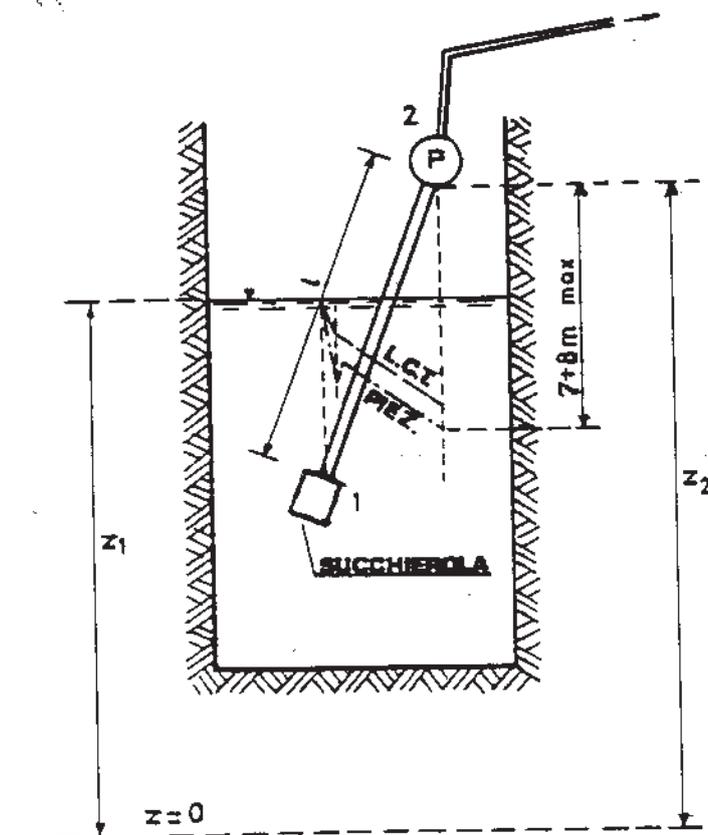
Ciò può farsi applicando l'equazione del moto tra il serbatoio di monte e la sezione della condotta nella quale si manifesta la depressione stessa; valori maggiori della portata comporterebbero infatti una depressione superiore a quella massima tollerata.

Da tali considerazioni scaturisce che una pompa in un pozzo deve essere posta ad una distanza dal pelo libero, che si attua in condizioni di equilibrio dinamico, inferiore a $7+8m$, perché $7+8m$ deve essere la massima distanza fra la pompa e la piezometrica, avendo messo in conto sia l'altezza cinetica $\frac{v^2}{2g}$, sia le perdite di carico (fig. 10.3).

La portata Q_{max} che può essere sollevata per quella posizione della pompa può ricavarsi allora dall'applicazione dell'equazione del moto al tronco di aspirazione 1 (in fig. 10.3 la condotta di aspirazione è stata rappresentata con

asse inclinato, anziché verticale, per consentire la visualizzazione della l.c.t. e della piezometrica).

Fig. 10.3



Precisamente si può scrivere:

$$z_1 + 0 + 0 = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{Q_{\max}^2}{2g\sigma^2} + k \frac{Q_{\max}^2}{2g\sigma^2} + \frac{Q_{\max}^2}{\chi^2 R\sigma^2} l,$$

nella quale il termine $k \frac{Q_{\max}^2}{2g\sigma^2}$ mette in conto le perdite di imbocco causata dalla succhieruola (rete metallica che evita l'ingresso di materiale estraneo) e della valvola di ritegno (valvola che consente il moto della corrente in un solo verso evitando lo svuotamento della condotta di aspirazione), mentre il termine $\frac{Q_{\max}^2}{\chi^2 R\sigma^2} l$ tiene conto delle perdite continue lungo il tronco di aspirazione.

Per potere sollevare una portata maggiore della Q_{\max} calcolata, bisogna abbassare la pompa il più possibile, compatibilmente col livello dell'acqua del pozzo in condizioni statiche (assenza di funzionamento), e quindi

ridurre la differenza $z_2 - z_1$; per questo motivo oggi vengono utilizzate sempre più frequentemente le pompe immerse e le pompe sommergibili di cui si parlerà diffusamente nel paragrafo seguente. Con tale tipo di pompe manca il tronco di aspirazione e si evita il rischio di disinnescamento della pompa che può aversi con le pompe di tipo tradizionale e che implicherebbe il riempimento manuale della condotta di aspirazione.

10.2 Tipi di pompe

Le pompe più comunemente adoperate nella pratica irrigua sono, come già detto nel precedente paragrafo, le pompe centrifughe. Le pompe centrifughe possono essere costituite da un'unica girante (pompe semplici o monogiranti) per le piccole prevalenze oppure da più giranti in serie (pompe multiple) per le prevalenze maggiori. Le giranti sono costituite da una serie di palette che con la loro rotazione imprimono al liquido l'incremento di velocità responsabile del sollevamento. Esse sono costruite in ghisa, per acque limpide, e in bronzo, con aumento dei costi, per acque cariche di materiale sabbioso che danneggia in breve tempo la superficie delle parti mobili. Esse sono calettate su un albero che ruota all'interno del corpo della pompa; l'albero è a sua volta messo in moto da un motore esterno che può essere elettrico o a combustione interna.

La scelta del tipo di motore da accoppiare alla pompa dipende da numerosi fattori.

I vantaggi dei motori elettrici sono soprattutto: l'elevata e pressoché costante velocità di rotazione, l'assenza di

vibrazioni, la silenziosità, la leggerezza, la possibilità di comandi automatici anche a distanza, la ridotta esigenza di interventi manutentori. Di contro, per il loro impiego spesso esistono limitazioni di carattere locale come ad esempio la mancanza di linee elettriche poste a distanza ragionevole.

In mancanza di allacciamento alla rete elettrica si impone l'impiego del motore termico da assemblare direttamente alla pompa oppure l'impiego di un gruppo elettrogeno.

I principali vantaggi delle motopompe sono: la possibilità di rendere mobile ed autonomo l'impianto, di potere regolare il motore a diversi regimi, ottenendo in tal modo prestazioni diverse da una stessa pompa, e di utilizzare il motore per svariati usi aziendali.

Le pompe centrifughe di uso corrente sono costruite secondo differenti configurazioni, che dipendono dal posto riservato alla pompa per la sua installazione, dall'accessibilità del serbatoio di partenza, dal regime di variazione del livello liquido di partenza.

In linea generale, le pompe centrifughe più comuni appartengono a uno dei tre tipi seguenti:

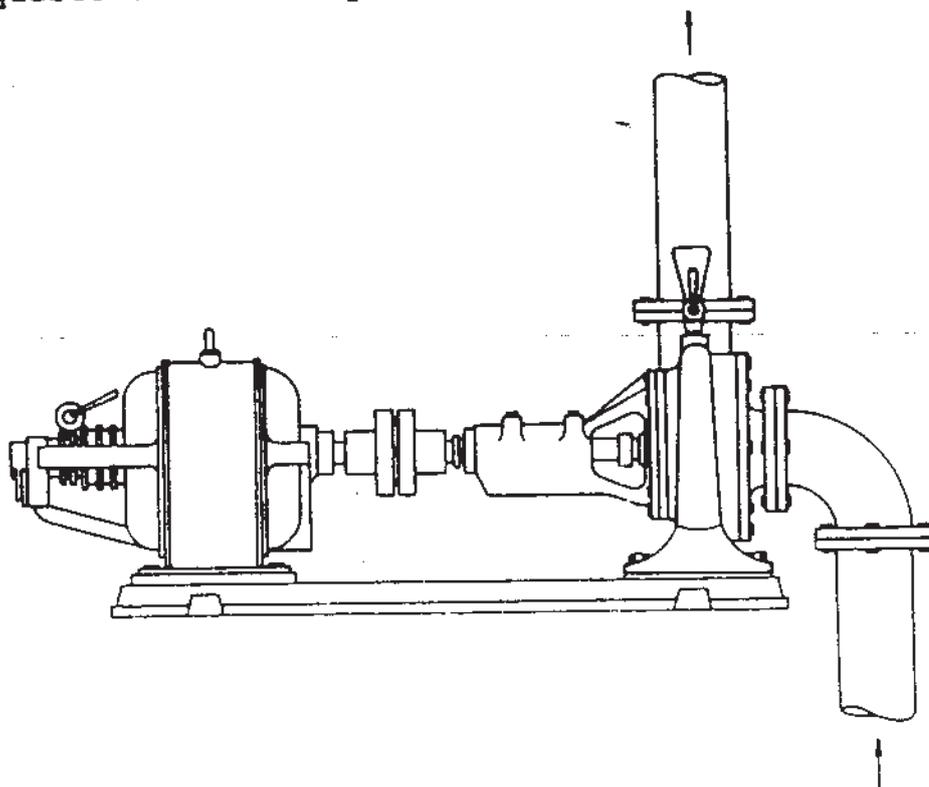
- pompe di superficie;
- pompe immerse;
- pompe sommergibili.

10.2.1 Pompe di superficie

Sono pompe concepite per installazioni al di fuori del pelo libero dell'acqua che deve essere pompata. Esse sono le più comuni nella pratica oltre ad essere le più semplici e lo

schema di fig. 10.3 fa riferimento proprio a questa configurazione. Pompa e motore, collegati per mezzo di un giunto, assemblati spesso in un unico basamento (fig. 10.4), formano in questo caso un corpo unico di dimensioni e peso ridotti.

Fig. 10.4



E' la soluzione ideale per l'emungimento da pozzi, vasconi, fiumi, laghi e altre sorgenti dalle quali si può prelevare l'acqua installando il gruppo ad un'altezza inferiore ai 7+8m dal livello dinamico. Nel caso di un pozzo profondo (con il pelo libero a più di 7+8m dal piano campagna) ma abbastanza largo ed accessibile, potrà montarsi l'elettropompa in una nicchia scavata nella parete del pozzo oppure su staffe, in ogni caso in prossimità del pelo libero. Questo tipo di pompe possono essere autoadescanti cioè in grado di eliminare automaticamente l'aria eventualmente presente nel tronco di aspirazione, e devono essere dotate di una valvola di ritenuta all'inizio della

condotta di aspirazione per impedire che, spento il motore, l'acqua defluisca dalla condotta di mandata, attraverso la pompa, nel serbatoio di partenza e per impedire anche il disinnnesco della pompa per il vuotamento della condotta di aspirazione.

Nel caso di mancanza di energia elettrica, si può adottare un motore termico a scoppio o si può collegare la pompa alla presa di forza di un trattore.

Le pompe di superficie, quando sono di buona qualità, presentano rendimenti alti.

Le condizioni per l'installazione di una pompa di superficie non sono sempre realizzate nella pratica. Per esempio nel caso di un pozzo profondo trivellato di piccolo diametro, bisognerà fare ricorso ad uno degli altri due tipi di pompe immerse o sommergibili.

10.2.2 Pompe immerse

Sono pompe ad asse verticale usate generalmente per i pozzi profondi di piccolo diametro.

La pompa, in genere costituita da più giranti e dotata di un brevissimo tratto di aspirazione, viene fissata alla estremità inferiore del tubo di mandata e viene calata fino in prossimità del fondo del pozzo o del livello liquido del pozzo, come indicato nei primi tre schemi di fig. 10.5. Il motore è posto alla superficie del terreno e trasmette il moto alla pompa a mezzo di un albero di trasmissione sistemato all'interno o all'esterno della tubazione di mandata.

Tale tipo di pompa può essere accoppiata anche ad un motore a combustione interna nel caso in cui non sia possibile l'utilizzo dell'energia elettrica.

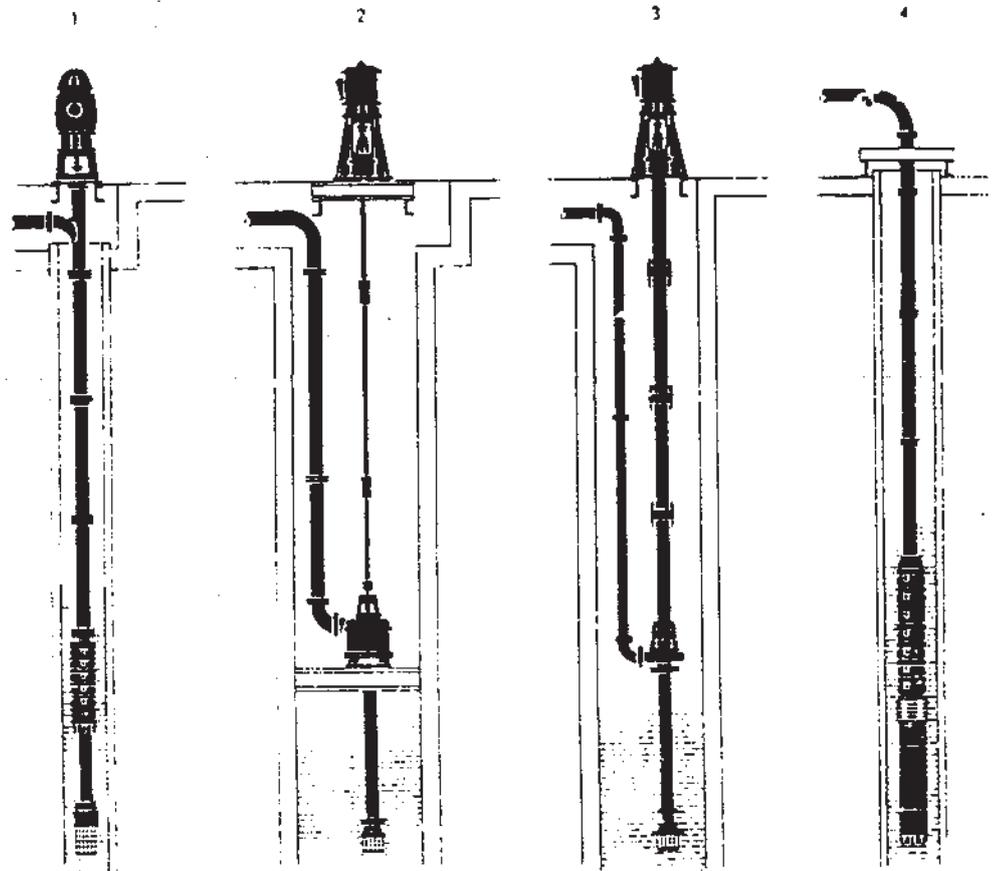


Fig. 10.5

L'utilizzo delle pompe immerse offre il vantaggio di avere il motore esterno a portata di mano per qualsiasi operazione di manutenzione o sostituzione.

10.2.3 Pompe sommergibili

Un gruppo motore-pompa sommergibile ha la particolarità di lavorare completamente sott'acqua ed è in genere costituito da una pompa centrifuga ad asse verticale, di tipo monogirante o anche multipla, le cui giranti sono calettate sullo stesso albero del motore elettrico che imprime loro il moto (ultimo schema di fig. 10.5). Quest'ultimo è posto nella parte inferiore del gruppo ed è di costruzione

speciale. L'alimentazione elettrica del motore è assicurata da un cavo elettrico speciale con rivestimento impermeabile. Al di sopra del motore, tra questo e la pompa, è posta la bocca di aspirazione protetta da una griglia. Dopo questo tratto si ha la pompa vera e propria. Tra essa, e la condotta di mandata, è generalmente interposta una valvola di ritegno.

Le pompe sommergibili, essendo generalmente di dimensioni trasversali contenute (10+30cm), hanno lo svantaggio di presentare rendimenti non troppo alti.

10.3 Caratteristiche di funzionamento delle pompe centrifughe

10.3.1 Curva caratteristica di una pompa centrifuga

Si è già accennato al fatto che le pompe centrifughe lavorano a numero di giri costante, se accoppiate in modo diretto a un motore elettrico (caso più comune), ovvero a numero di giri variabile se accoppiate a motori a combustione interna o a motori elettrici con l'interposizione di pulegge, cinghie o ruote dentate che realizzano rapporti di trasmissione variabili.

La pompa centrifuga, a velocità di rotazione costante, è capace di erogare portate crescenti al diminuire della prevalenza. Al crescere della portata inoltre variano la potenza assorbita ed il rendimento.

Il funzionamento di una pompa a velocità di rotazione costante è rappresentato dalle curve seguenti: caratteristica, di rendimento e di potenza assorbita, come quelle di fig. 10.6. Il rendimento è zero per portata nulla,

è crescente fino ad un certo valore di portata e poi decresce fino ad annullarsi. E' evidente pertanto che nella curva caratteristica si può individuare un punto di funzionamento della pompa che corrisponde al massimo rendimento.

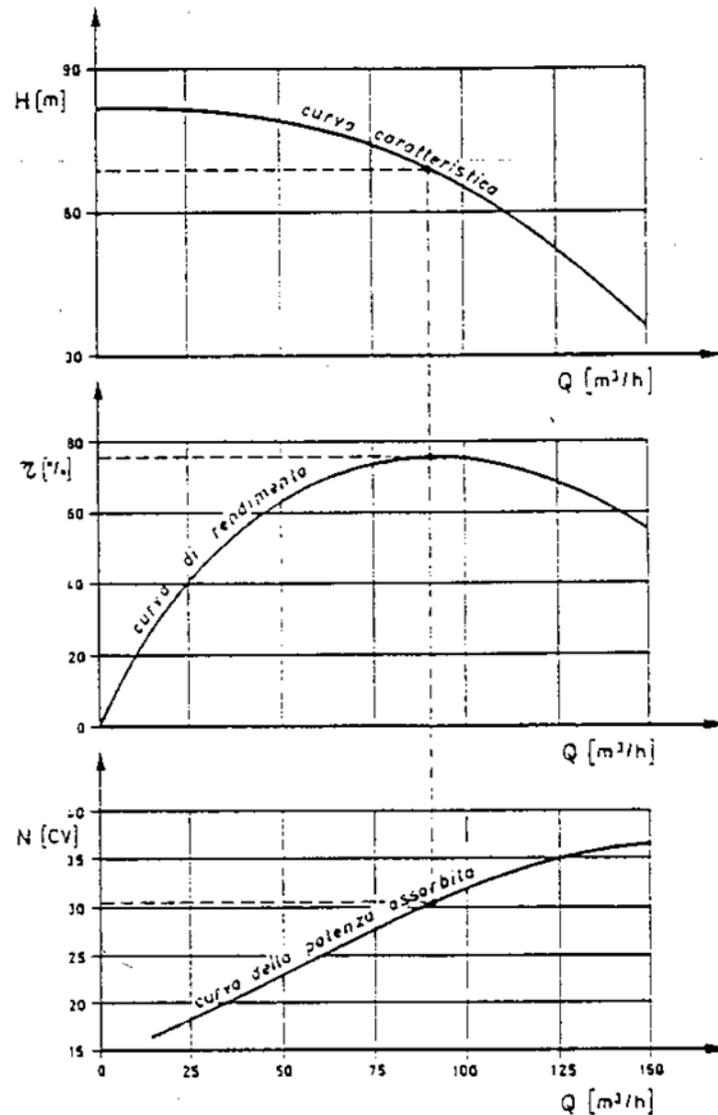


Fig. 10.6

Le curve caratteristiche dipendono per una stessa pompa dalla velocità di rotazione. Si possono pertanto disegnare nel medesimo diagramma più curve caratteristiche ciascuna

contraddistinta da un'assegnata velocità di rotazione come rappresentato in fig. 10.7. L'abaco che si ottiene forma il campo caratteristico di prestazione della pompa; in tale abaco si suole rappresentare anche una famiglia di curve di isorendimento ottenute semplicemente unendo i punti di funzionamento di ciascuna curva aventi lo stesso rendimento.

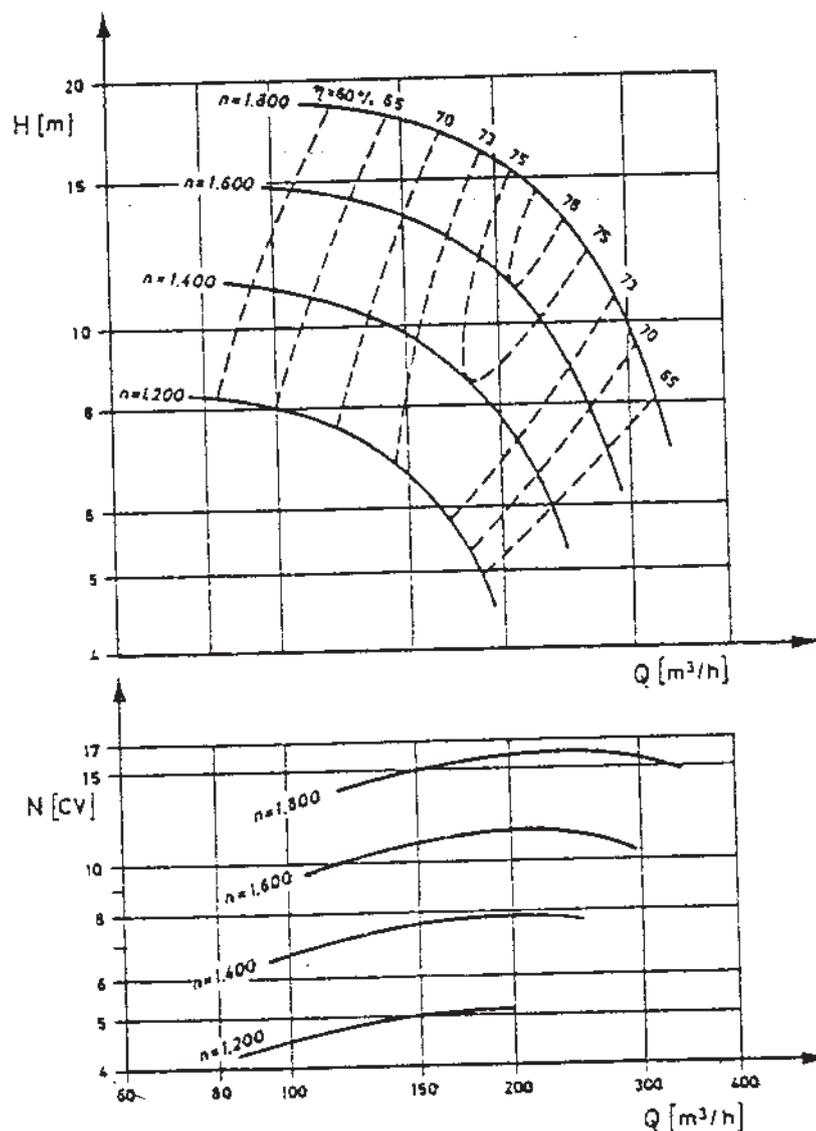


Fig. 10.7

10.3.2 Curva caratteristica di una condotta elevatoria - Punto di funzionamento e regolazione di una pompa

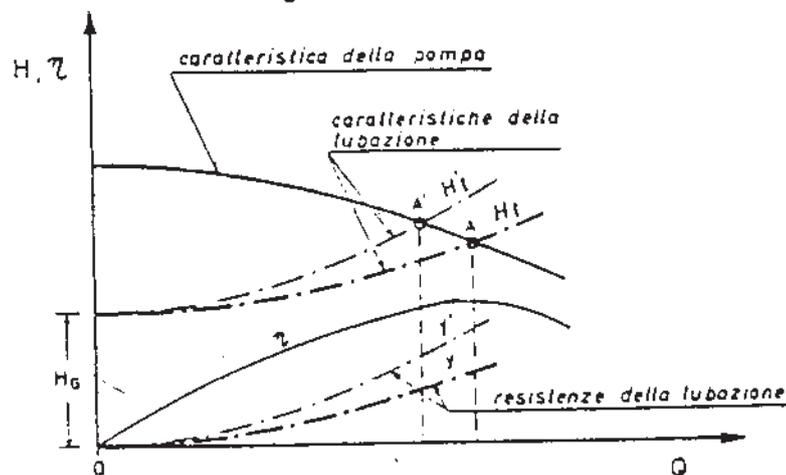
Le pompe centrifughe sono generalmente autoregolanti, ovvero si stabilisce spontaneamente, in relazione alle resistenze

incontrate dalla corrente idrica nella condotta elevatoria, una condizione di funzionamento della pompa stessa, contraddistinta da un punto della sua curva caratteristica (corrispondente ad una assegnata velocità di rotazione).

Come già detto precedentemente la prevalenza totale H_t della pompa è costituita da due termini: la prevalenza geodetica H_g , pari alla differenza fra i livelli liquidi di monte e di valle, e il complesso delle perdite di carico $Y=Y_1+Y_2$, nel tronco di aspirazione e nel tronco di mandata. Le perdite di carico sono crescenti pressappoco con il quadrato della portata Q .

Rappresentando tale funzione, denominata curva caratteristica della tubazione, sullo stesso piano che contiene la curva caratteristica della pompa, come in fig. 10.8, si determina un punto di intersezione A tra le due curve che definisce il punto di funzionamento nel quale la pompa spontaneamente si regola.

Fig. 10.8

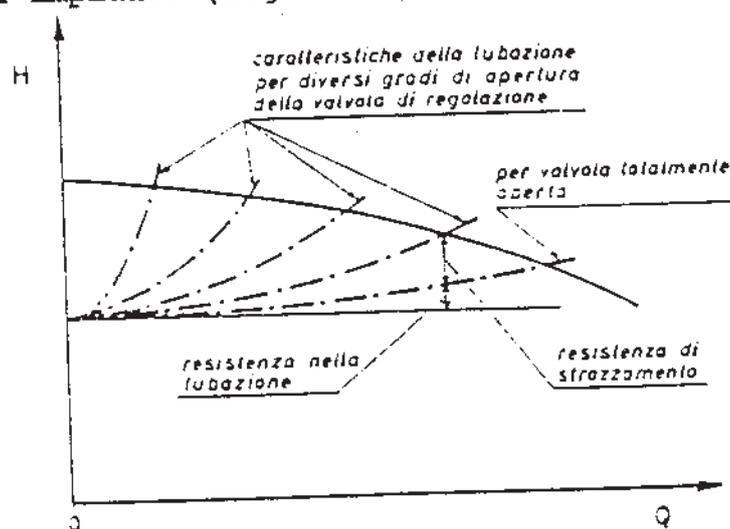


Ovviamente le resistenze incontrate dalla corrente possono variare in dipendenza per esempio di un aumento delle perdite localizzate causato dalla parziale chiusura di una valvola di regolazione o dall'aumento di scabrezza dovuto a fenomeni di invecchiamento dei tubi. Ciò causa la variazione

della curva caratteristica della tubazione, in particolare ne provoca l'innalzamento, e conseguentemente si avrà un diverso punto di funzionamento (il punto A' in fig. 10.8), contraddistinto da una riduzione della portata e da un incremento della prevalenza.

Sfruttando tale comportamento è possibile ottenere la regolazione dell'impianto di sollevamento. Inserendo subito a valle della pompa una valvola di regolazione si può influire sulla curva caratteristica della tubazione, strozzando più o meno la sezione di passaggio della corrente, per approssimarsi al punto di funzionamento ottimale dell'impianto (fig. 10.9).

Fig. 10.9



Se è possibile intervenire sulla velocità di rotazione della pompa si ha a disposizione un'ulteriore possibilità di regolazione. E' infatti possibile riferendosi all'abaco di fig. 10.7, e riportando in esso la curva caratteristica della tubazione, determinare il punto di funzionamento della pompa per ogni velocità di rotazione, nonché il relativo rendimento.

10.4 Problemi di verifica e di progetto di un impianto di sollevamento

Nei problemi di verifica e di progetto di un impianto di sollevamento si intendono note la quote dei livelli liquidi di partenza e di arrivo, ovvero è nota la prevalenza geodetica H_g , e la portata Q da sollevare. Nel problema di verifica sono inoltre noti i diametri e i materiali dei tubi utilizzati, dovendosi quindi determinare esclusivamente il tipo di pompa da installare. Il problema di verifica non presenta allora alcuna difficoltà concettuale dato che le perdite di carico e quindi la prevalenza totale sono immediatamente calcolabili applicando ad esempio le formule di Darcy per i tubi in ghisa, di Hazen-Williams per i tubi in polietilene o di Scimemi-Veronese per i tubi in acciaio, noti che siano i diametri e le scabrezze delle tubazioni. E' quindi possibile calcolare la potenza da assegnare alla pompa $w = \frac{\gamma Q H_t}{\eta}$, essendosi così risolto il problema di verifica.

Il problema di progetto consiste nella scelta oltre che della pompa anche dei diametri delle tubazioni di mandata e di aspirazione. Per semplicità si suppone che entrambi i tronchi abbiano gli stessi diametri e che sia già stato scelto il tipo di materiale di cui sono costituiti i tubi.

Il problema così posto non è ancora risolvibile dato che esistono molteplici soluzioni, tutte ugualmente valide dal punto di vista tecnico. Scelto infatti un qualsiasi diametro D si avranno determinate perdite di carico e si potrà sempre trovare una pompa che garantisca il sollevamento della portata Q fissata. Bisogna però ricordare che le possibilità

di scelta del diametro D sono condizionate dal fatto che la velocità in condotta sia inferiore a circa 2 m/sec, per limitare le eventuali sovrappressioni di colpo d'ariete.

Bisogna allora introdurre delle considerazioni sui costi associati alle varie soluzioni per potere arrivare alla soluzione che sia la migliore dal punto di vista tecnico-economico.

Scelto un certo diametro D , sono, come già detto, ricavabili le perdite di carico e quindi può determinarsi la pompa il cui funzionamento richiede un certo dispendio di energia.

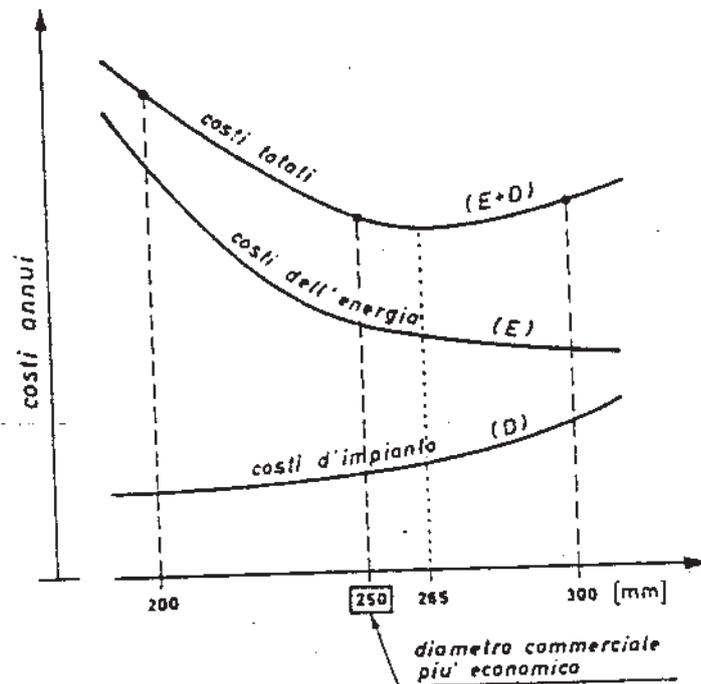
I costi annui per l'acquisto dell'energia sono dati dal costo unitario del chilovattore per il numero di ore di funzionamento annue per la potenza elettrica assorbita dalla rete.

All'aumentare del diametro, diminuiscono le perdite di carico e pertanto diminuiscono la potenza occorrente per il sollevamento e le spese annue di energia, ma l'impianto risulta più costoso. I due costi non sono però direttamente confrontabili essendo il primo un costo annuo continuo (spese di esercizio) e il secondo un costo fisso iniziale (spese d'impianto). Possiamo facilmente ridurre le spese d'impianto a quote annue, considerando la quota di ammortamento del costo delle tubazioni, del gruppo motopompa e degli altri organi occorrenti.

Mettendo in un grafico i costi d'impianto annualizzati e i costi di esercizio in funzione del diametro si ottiene un grafico del tipo di quello riportato in fig. 10.10. Al variare del diametro i due costi hanno andamenti discordi e la loro somma presenta un minimo in corrispondenza di un

diametro che è quello di massima convenienza economica e che quindi viene adottato come soluzione di progetto.

Fig. 10.10



Nella pratica comune ci si riferisce a un criterio semplificato applicando una formula ricavata da Bresse:

$$D = 1,5 \sqrt{Q} \quad (D \text{ in m; } Q \text{ in m}^3/\text{sec}),$$

o in maniera ancora più semplice imponendo che la velocità in condotta sia prossima a $0,6+0,8$ m/sec. Tali criteri possono servire per stabilire, in prima approssimazione, il diametro da adottare, ma è opportuno comunque procedere a confronti economici come quelli sopra indicati, specie per gli impianti più importanti per l'entità della portata sollevata, della potenza impegnata e del numero di ore annue di funzionamento.

S 11 - CORRENTI A PELO LIBERO IN MOTO UNIFORME

Il moto uniforme è il più semplice tipo di moto che le correnti a pelo libero possono assumere. Esso si verifica quando il liquido (nei casi più comuni l'acqua), si sposta all'interno di un canale, ^{a sezione costante} occupandone le sezioni trasversali in modo tale che la superficie libera della corrente conservi una distanza h dal fondo, costante.

Da ciò discende che tutte le sezioni idriche trasversali in una corrente in moto uniforme sono identiche lungo l'asse del canale, e tali si mantengono nel tempo.

In pratica la condizione di moto uniforme si attua in canale in rettilineo, di pendenza e sezione trasversale costante e di notevole lunghezza, in cui si immetta una portata costante Q .

11.1 Moto uniforme e scala delle portate di moto uniforme in un canale

Il pelo libero (coincidente con la piezometrica) di una corrente che muove in un canale in condizione di moto uniforme risulta quindi parallelo al fondo; nell'ipotesi che la pendenza i del fondo dell'alveo sia modesta (come generalmente si verifica), la cadente piezometrica J è pari alla pendenza del fondo, per cui risulta $i = \text{tg}\alpha = \text{sen}\alpha$ (fig. 11.1).

In tali circostanze è possibile ricavare la velocità v o la portata Q utilizzando la formula di Chezy, adattata per le condotte in pressione, sostituendo i con J :

$$v = \chi \sqrt{Ri} \quad Q = \chi \sigma \sqrt{Ri}$$

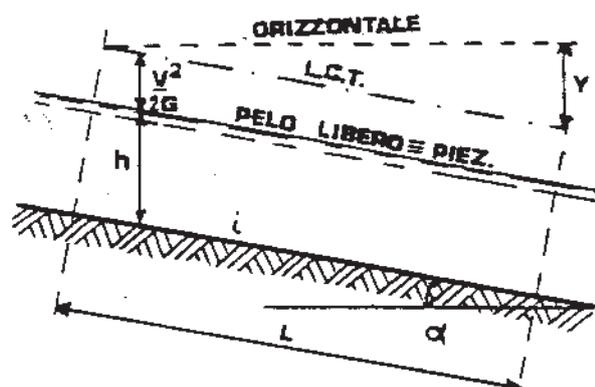


Fig. 11.1

nelle quali χ , è il coefficiente di scabrezza, che può essere espresso con una delle diverse espressioni fornite in letteratura, come quelle di Bazin, Kutter, Gaukler-Manning, precedentemente riportate. Con tali espressioni si possono risolvere sia i problemi di verifica che i problemi di progetto riguardanti le correnti a pelo libero in moto uniforme.

a) Problema di verifica

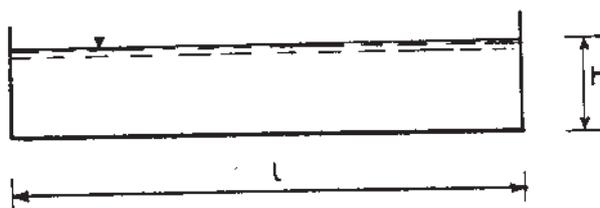
Nota la geometria del canale (forma e dimensioni della sezione trasversale, pendenza) e la natura fisica delle pareti e del fondo (scabrezza) è possibile dedurre la velocità media e la portata che competono ad ogni altezza idrica h .

Se per χ si utilizza ad esempio la formula di Bazin:

$$\chi = \frac{87}{1 + \frac{y}{\sqrt{R}}}$$

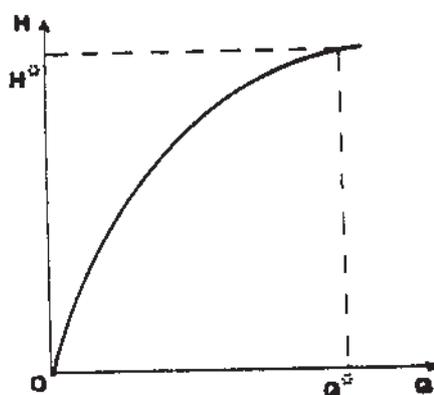
e si considera un alveo di sezione trasversale rettangolare (fig. 11.2) per il quale: $\sigma = lh$, ed $R = \frac{lh}{(1+2h)}$, noto l'indice di scabrezza γ e la larghezza l del canale, al variare del tirante idrico (di moto uniforme) h , è possibile calcolare σ , R , χ , e Q .

Fig. 11.2



Si può pertanto tracciare per punti una curva detta "scala delle portate di moto uniforme", che può anche utilizzarsi per risolvere un altro problema di verifica come quello di dedurre il tirante idrico h corrispondente ad un prefissato valore di portata (fig. 11.3).

Fig. 11.3



b) Problemi di progetto

Assegnata la forma della sezione trasversale, la natura delle pareti e del fondo (scabrezza), la pendenza e la portata, consiste nel dedurre le dimensioni della sezione trasversale. In tal caso l'equazione di Chezy non è sufficiente e come si vedrà in seguito, occorre associare ad essa un altro legame tra le incognite.

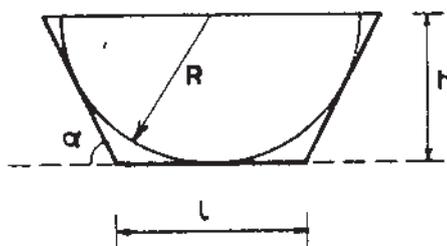
Si è visto che, quando la corrente defluisce in condizione di moto uniforme, vale l'equazione di Chezy che graficamente viene espressa attraverso la "scala delle portate". Le sezioni di canale maggiormente utilizzate nella pratica sono quelle di forma rettangolare e trapezia (figg. 11.4 e 11.5).

Alle espressioni sopra riportate può apportarsi qualche semplificazione nel caso di alveo rettangolare molto largo, ovvero sia quando $2h \ll l$. In tal caso, il contorno bagnato è: $c = l + 2h \approx l$ (in quanto $2h$ si può trascurare rispetto ad l), e il raggio idraulico può considerarsi pari al tirante idrico di moto uniforme poiché risulta: $R = \frac{lh}{l+2h} \approx \frac{lh}{l} = h$.

Fig. 11.4



Fig. 11.5



Nel caso invece di sezioni di forma trapezia (che riguarda soprattutto i canali in terra), il raggio idraulico dipende anche dall'inclinazione delle sponde che si assegnano più o meno pendenti a seconda della stabilità del terreno.

Per canali in terra spesso si utilizza la sezione di minimo contorno bagnato (detta di minima resistenza) a parità di area σ . Si può facilmente dimostrare che, per la sezione rettangolare, di minima resistenza si ha: $R = \frac{h}{2}$, da cui deriva che: $l = 2h$; mentre invece per la sezione trapezia si ha sempre che $R = \frac{h}{2}$, ma il legame con la larghezza dipende anche dall'inclinazione delle sponde. Quest'ultima condizione si può rappresentare considerando la sezione trapezia circoscritta alla semicirconferenza di raggio h (fig. 11.5).

11.2 Calcolo di verifica di un canale

Il calcolo di verifica di un canale consiste nel determinare la portata Q che defluisce in esso noti che siano la pendenza i del fondo, la forma e le dimensioni della sezione trasversale (idrica) e la scabrezza del canale; oppure, noti la portata, la forma e la scabrezza del canale e la larghezza del fondo, nel determinare il tirante idrico "h".

L'equazione di Chezy (equazione del moto):

$$Q = \chi \sigma \sqrt{Ri}$$

consente di risolvere il problema senza alcuna difficoltà risolvendo direttamente per Q l'espressione stessa nel primo caso e costruendo la scala di moto uniforme nel secondo; infatti nei manuali si trovano tabelle con i valori degli indici di scabrezza corrispondenti a descrizioni dello stato fisico delle pareti e del fondo del canale in relazione ai materiali impiegati e talvolta tabelle e grafici che traducono direttamente l'equazione di Chezy.

Un calcolo di verifica che può capitare nella pratica specie nel campo delle reti irrigue di distribuzione collettiva è quello relativo a canalette prefabbricate in calcestruzzo di forma e dimensioni assegnate (semiellittiche, semicircolari, rettangolari, trapezie). Per inciso, i vantaggi della prefabbricazione consistono nella migliore esecuzione tecnica rispetto ai getti in cantiere, nel possibile collaudo delle canalette stesse prima della loro collocazione ed anche talvolta nel costo minore. Gli svantaggi consistono soprattutto nella difficoltà e nel costo dei trasporti che incidono sul costo finale dell'opera; per cui, l'uso delle canalette prefabbricate è conveniente,

generalmente, quando le dimensioni sono modeste, come succede per le parti più periferiche delle reti irrigue collettive; talvolta la costruzione delle canalette prefabbricate avviene in prossimità del posto dove devono essere collocate.

Generalmente, per ciascun tipo di canaletta prefabbricata il produttore fornisce la scala di moto uniforme che consente di dedurre rapidamente il valore della portata per un assegnato tirante d'acqua; scala che, peraltro, può essere dedotta facilmente mediante l'equazione di Chezy.

11.3 Calcolo di "progetto" di un canale

Il calcolo di progetto di un canale consiste nel determinare le dimensioni della sezione trasversale noti che siano la pendenza i del fondo del canale, la forma della sezione trasversale, la scabrezza e la portata Q .

Esplicitando $\frac{Q}{\sqrt{i}}$ dall'equazione di Chezy si ottiene:

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = \chi \sigma \sqrt{R}$$

Tale relazione non ammette una soluzione univoca poiché può essere soddisfatta da sezioni di diversa area (ad esempio larghe e poco profonde o strette e molto profonde). Il problema di progetto risulta quindi indeterminato, ammettendo, dal punto di vista matematico, infinite soluzioni.

Essendo il problema indeterminato si può assumere arbitrariamente una delle due dimensioni della sezione idrica della corrente, e ricavare dall'equazione di Chezy, mediante la costruzione della scala di moto uniforme, l'altra dimensione. In tal modo si riconduce il calcolo di

progetto ad un calcolo di verifica. Tale procedimento può portare però alla determinazione di una sezione del canale non ben proporzionata (ad esempio troppo larga e poco profonda, oppure troppo stretta e molto profonda). E' opportuno pertanto ricorrere ad altri procedimenti, rendendo il problema determinato, associando all'equazione di Chezy, un'altra relazione di natura non idraulica che esprime una condizione geometrica, o economica o che sia espressione di un particolare fenomeno fisico. Si ha allora un sistema di due equazioni che consente di ricavare le dimensioni della sezione trasversale del canale.

La seconda equazione (di condizione) da associare all'equazione del moto può essere costituita da una relazione:

a) che esprime la velocità media della corrente, la quale viene fissata preventivamente. Tale criterio trova largo impiego per canali in terra. Infatti la velocità media della corrente, se il canale è in terra, non deve essere grande, perché altrimenti le sponde e il fondo possono essere erosi, e non deve essere piccola, soprattutto se la corrente è torbida, perché altrimenti la decantazione del materiale potrebbe determinare l'interramento del canale con conseguente riduzione della sezione utile. Nei manuali tecnici sono generalmente indicati i valori da adottare (per i tratti in curva i valori massimi vanno ulteriormente ridotti). Essi sono variabili entro un intervallo piuttosto ampio (ad es. 0,2+1,5 m/sec) data la variabilità nelle situazioni d'esercizio.

Nella scelta della velocità bisogna tener conto anche che una velocità troppo piccola facilita lo sviluppo di erbe infestanti (specialmente quelle acquatiche).

Fissata la velocità v , ed essendo nota la Q si può dedurre la σ . Esprimendo σ in funzione di l ed h l'equazione di Chezy si riduce, per la sezione rettangolare o trapezia con pendenza delle sponde assegnate, ad una equazione nella sola incognita h (tirante d'acqua), nota la quale si può determinare la larghezza di base l .

b) che esprime il rapporto fra due dimensioni geometriche della sezione del canale (ad es., per la sezione rettangolare, fra altezza e larghezza), determinato a sua volta da considerazioni di natura "economica".

Fa parte di questo tipo di espressione quella che individua la "sezione di minima resistenza", che corrisponde alla sezione di minimo contorno bagnato C a pari area σ . Adottare questa sezione è particolarmente utile quando si devono fare costosi rivestimenti (ad es. con lastre di cemento o con manti flessibili costituiti da pietrisco e reti metalliche come i materassi tipo Reno).

c) che esprime un legame fra il tirante idrico h e l'area σ della sezione per i canali in terra e non rivestiti, che si deduce imponendo la condizione di rendere minime le perdite per infiltrazione, che sono una funzione crescente del tirante idrico; ovvero rendere minime le fughe relative, date dal rapporto fra la portata perduta per infiltrazione dal fondo e dalle sponde e la portata che defluisce nel canale; con tale criterio in America sono state dedotte numerose formule empiriche.

In ogni modo tali fughe relative non dovrebbero superare il 10%: se così non fosse bisognerebbe adottare uno dei seguenti provvedimenti:

- ridurre l'altezza h del canale, compatibilmente con l'aggravio nel costo della espropriazione che consegue all'aumento della larghezza l ;
- trattare le sponde e il fondo con materiale impermeabilizzante;
- rivestire l'alveo con lastre di calcestruzzo, semplice o armato, giuntate con malta cementizia o con bitume (il costo di tale provvedimento è sempre molto elevato). È necessario porre dei giunti di dilatazione ad evitare fessurazioni, dissesti e cedimenti.

d) che esprime un legame empirico fra il tirante idrico h e la sezione σ per canali non in terra: negli Stati Uniti si usa molto la formula: $h = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma}$.

e) che esprime un legame fra la velocità V e l'altezza del canale h a sua volta dedotta dallo studio del complesso fenomeno della erosione e dei depositi, nei canali in terra in cui scorrono delle acque torbide. Questo legame ha diversa espressione, secondo Kennedy, Lacey, Lane, Conti; si può tener conto anche del fatto che il materiale trasportato dalla corrente sia diverso da quello di cui è costituito l'alveo.

Questo legame esprime in sostanza la "forma conservativa" del canale; forma che si mantiene cioè per effetto del compenso fra scavi e depositi.

§ 12 CENNI SULLE CORRENTI A PELO LIBERO IN MOTO PERMANENTE

Nelle correnti idriche si stabilisce il moto permanente quando le sezioni trasversali della corrente e le velocità, pur mantenendosi costanti nel tempo, variano nel senso del moto (il moto uniforme può considerarsi, come un caso particolare del moto permanente).

Tipici esempi di situazioni in cui si ha il moto permanente sono quelli di tratti di canale a sezione variabile (convergente o divergente) convoglianti portate costanti, e tratti di canali in cui sono inseriti degli ostacoli (gradini o salti di fondo, paratoie parzialmente chiuse). In questo secondo caso la corrente idrica defluisce con altezze d'acqua, a monte e a valle dell'ostacolo, che variano da sezione a sezione per tratti più o meno lunghi, ma che restano costanti nel tempo.

Un'ultimo tipo di moto che si può riscontrare è il moto vario; il moto vario si ha quando le altezze d'acqua e le velocità variano nello spazio e nel tempo. Visivamente il moto vario si manifesta mediante onde, ovvero mediante una successione di sopraelevamenti e depressioni del pelo libero che si propagano nello spazio.

In questo capitolo ci si propone di esaminare l'aspetto qualitativo di alcuni tipi di correnti in moto permanente

12.1 Alvei a pendenza forte, debole e critica - Correnti lente e veloci

Occorre innanzitutto una distinzione tra i diversi tipi di alvei, e perciò consideriamo qualche caratteristica delle

correnti in moto vario. Consideriamo un bacino d'acqua in quiete di superficie estesa e con altezza costante pari ad h (fig. 12.1). Lasciando cadere un sasso sullo specchio d'acqua libero, provochiamo la formazione di una serie di piccole onde anulari che si propagano radialmente. Si dimostra che la velocità di propagazione, o celerità c delle onde in qualsiasi direzione è costante, ed è data da: $c = \sqrt{gh}$.

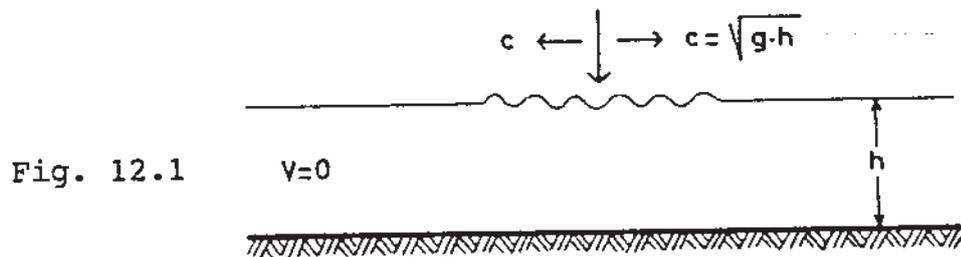


Fig. 12.1

Ripetendo l'esperimento in una corrente uniforme che muove in un canale, le onde che si formano si propagano verso valle con una celerità c_1 maggiore, e verso monte con celerità c_2 minore, in conseguenza del movimento della corrente (fig. 12.2).

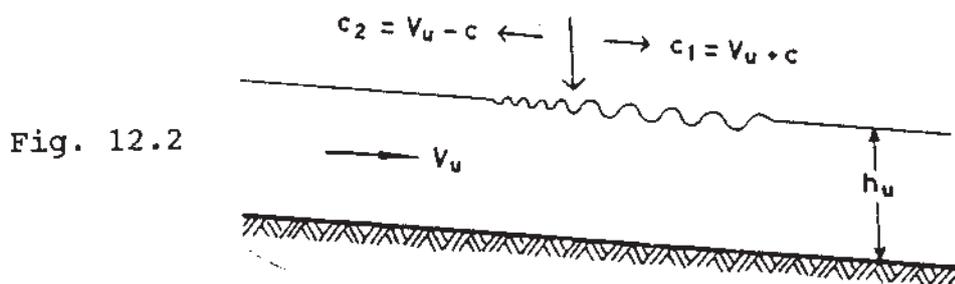


Fig. 12.2

Se V_u è la velocità di moto uniforme della corrente le celerità saranno date da:

$$c_1 = V_u + c$$

$$c_2 = V_u - c$$

La velocità di moto uniforme V_u dipende, ricordando l'equazione di Chezy per le correnti a pelo libero, dalla pendenza i dell'alveo e dalla sezione idrica della corrente (intesa sia come forma sia come tirante); dato che la celerità c e la velocità di moto uniforme sono confrontabili, è possibile trovare una particolare pendenza per cui la corrente di moto uniforme assume una velocità pari proprio alla celerità. Tale pendenza viene denominata pendenza critica i_c .

In un alveo a pendenza critica si annulla la celerità c_2 delle perturbazioni in salita; ciò significa che le piccole perturbazioni prodotte in una corrente uniforme non riescono a risalire la corrente.

La pendenza critica discrimina il campo delle pendenze che può avere un'alveo in due campi: quello delle pendenze inferiori alla pendenza critica che definisce gli alvei a debole pendenza da quello delle pendenze superiori che definisce gli alvei a forte pendenza.

La pendenza critica si determina imponendo che: $V_u=c$, ossia:

$$\chi\sqrt{Ri}=\sqrt{gh}$$

da cui, sostituendo ad i il simbolo i_c , si ha:

$$i_c = \frac{gh}{\chi^2 R}$$

Da tale espressione si nota come la pendenza critica dipende dalla forma dell'alveo e dalla portata Q , tramite il tirante di moto uniforme h .

Le correnti in moto permanente vengono inoltre suddivise in correnti lente e veloci. Una corrente è lenta quando le velocità che si riscontrano nelle successive sezioni

trasversali si mantengono sempre inferiori alla sopra definita celerità c di propagazione delle piccole perturbazioni. Viceversa è veloce quando le velocità stesse si mantengono sempre superiori.

Le correnti lente, per quanto sopra esposto, vengono risalite dalle piccole perturbazioni cosicché una perturbazione prodotta in una certa sezione (ad esempio per la chiusura di una paratoia) si risente a monte. Per tale proprietà si dice che esse sono governate da valle.

Le correnti veloci, invece, non possono essere risalite dalle piccole perturbazioni, cosicché una perturbazione prodotta in una certa sezione si risente solo a valle e si dice che esse sono governate da monte.

Per potere riconoscere se una corrente permanente è lenta o veloce occorre confrontare i tiranti idrici con una particolare altezza h_c detta altezza di stato critico. Quest'ultima ricavabile con considerazioni di tipo energetico, che non è il caso qui di riportare, è dipendente esclusivamente dalla forma della sezione e dalla portata convogliata.

Se i tiranti della corrente permanente sono superiori all'altezza di stato critico si è allora in presenza di una corrente lenta; viceversa se sono minori si ha una corrente veloce.

Per quanto detto prima in moto uniforme in un alveo a debole pendenza la corrente avrà una velocità inferiore alla celerità c e quindi la corrente sarà definita lenta e il tirante di moto uniforme sarà maggiore del tirante di stato critico h_c ; in un alveo a forte pendenza la corrente

di moto uniforme sarà maggiore della celerità c , quindi la corrente sarà veloce e il tirante di moto uniforme sarà minore del tirante di stato critico h_c .

12.2 Andamento dei profili di rigurgito

Esaminiamo ora, solo qualitativamente, i tipi di corrente permanente possibili, ottenuti o con l'inserimento di ostacoli ovvero con la presenza di salti e cambi di pendenza.

I profili di rigurgito che si ottengono sono diversi se l'alveo è a forte o a debole pendenza; inserendo una paratoia in un alveo a debole pendenza in cui inizialmente scorre una portata Q in moto uniforme, dopo un transitorio si raggiunge una condizione di moto permanente caratterizzata dall'esistenza di un profilo di corrente lenta ritardata a monte della paratoia fino all'infinito. La corrente è infatti costretta ad assumere un'altezza maggiore di quella che le competeva in moto uniforme, e tale perturbazione risalirà la corrente lenta fino all'infinito (fig. 12.3). Immediatamente a valle della paratoia si avrà un tronco di profilo di corrente veloce ritardata di lunghezza finita.

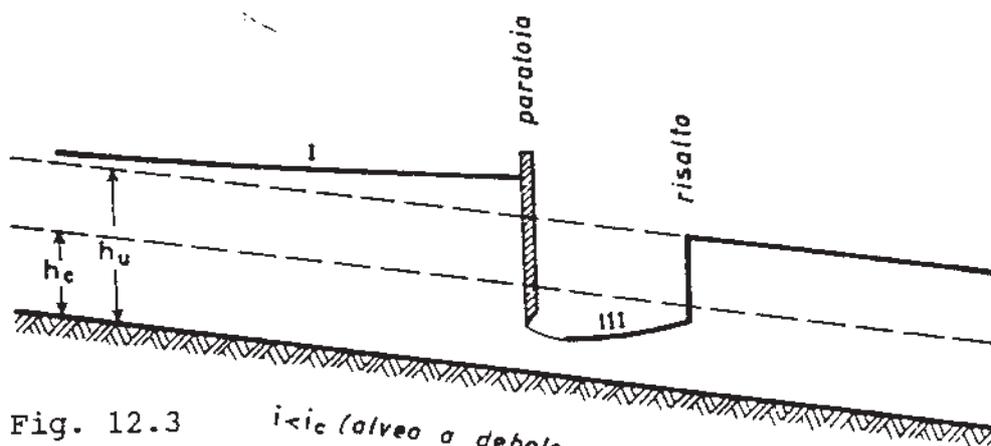


Fig. 12.3 $i < i_c$ (alveo a debole pendenza)

Quest'ultimo profilo termina a valle con un gradino in salita che riporta la corrente nelle condizioni di moto uniforme determinate da valle.

Tale gradino si verifica tutte le volte che si passa da una corrente veloce a una lenta, ed è denominato risalto idraulico o salto di Bidone, ed è sempre accompagnato da una dissipazione di energia.

Inserendo la paratoia in un canale a forte pendenza si avrà in un tronco di canale di lunghezza finita a monte della paratoia, un tronco di profilo di corrente lenta ritardata. Poiché a monte di tale tronco di corrente la corrente uniforme era veloce si avrà anche in questo caso un risalto idraulico. A valle della paratoia si ha un profilo di corrente veloce ritardata che tende asintoticamente alla retta di moto uniforme (fig. 12.4).

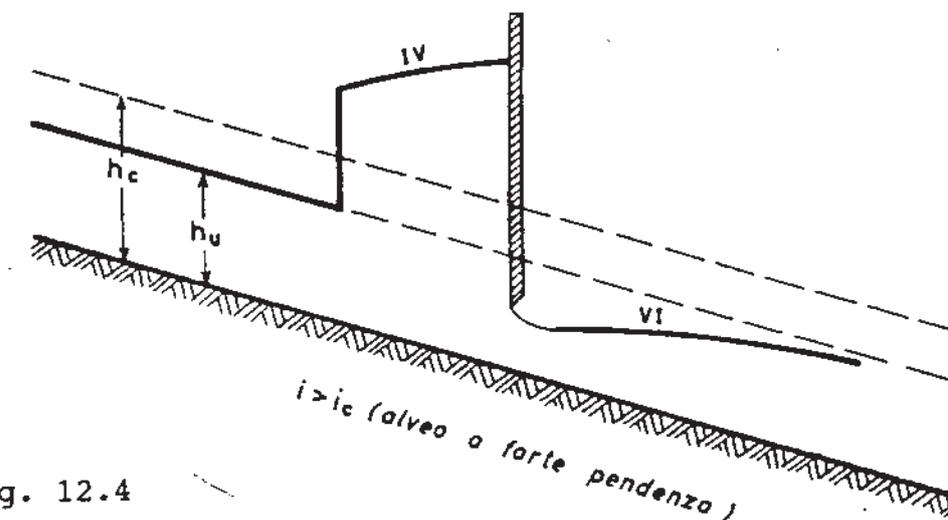


Fig. 12.4

Altri profili di rigurgito si verificano in un alveo a debole pendenza con un salto di fondo (fig. 12.5) e in un alveo a forte pendenza che rappresenta un canale di derivazione da uno specchio d'acqua libero (presa da un lago) (fig. 12.6).

Nel primo caso il salto di fondo, in corrispondenza del quale si determina l'altezza critica, provoca nella corrente una perturbazione che si risente all'infinito a monte, essendo il profilo suddetto asintotico alla retta di moto uniforme.

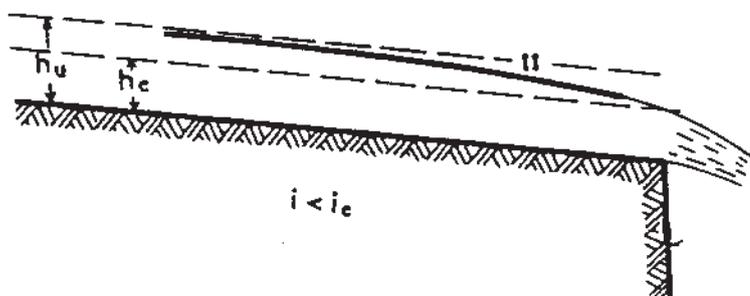


Fig. 12.5

Nel secondo caso si determina l'altezza critica nella sezione di presa e a valle si ha un profilo di corrente veloce accelerata tendente all'infinito a valle all'altezza di moto uniforme.

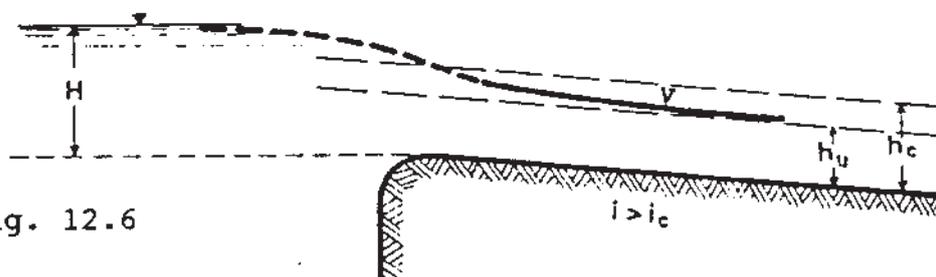
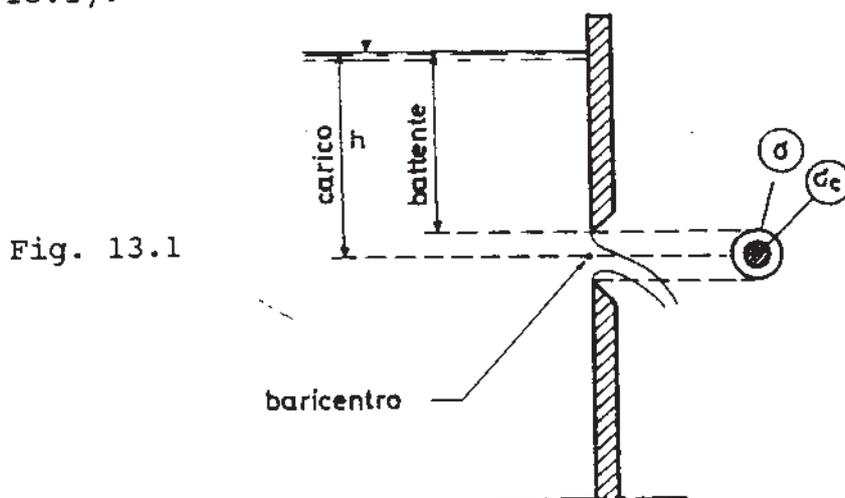


Fig. 12.6

§ 13 - FORONOMIA

La foronomia è quel capitolo dell'idraulica che riguarda le relazioni che intercorrono tra le dimensioni delle luci di diverso tipo e le portate che effluiscono attraverso di esse.

Nella terminologia idraulica la luce altro non è che un foro dal quale si ha un efflusso idrico. In relazione al modo di funzionare delle luci si distinguono le luci a battente e le luci a stramazzo. Quando la luce aperta in una parete si trova tutta al di sotto del livello idrico a monte della luce stessa, in modo che il liquido che fuoriesce tocca nella sua interezza il contorno della luce, quest'ultima è definita luce funzionante sotto battente, perché battente si chiama la distanza tra il punto più alto della luce ed il livello idrico o comunque il piano dei carichi idrostatici del serbatoio (fig. 13.1).



In una luce a battente si definisce carico sulla luce la distanza tra il baricentro della sezione, che può avere forma qualsiasi, e il p.c.i. del liquido di monte.

Con il nome tradizionale di luce a stramazzo invece vengono designate quelle luci che hanno battente nullo: quelle luci cioè a contorno chiuso non completamente lambito dalla vena effluente o a contorno aperto. Normalmente le luci a battente hanno forma circolare o quadrata.

Un'altra considerazione di carattere geometrico riguarda il modo come la luce viene scolpita sulla parete: si hanno pertanto le luci a spigolo vivo (o in parete sottile), e le luci in parete grossa. Nelle prime il contorno è a spigolo vivo ed è rivolto controcorrente e pertanto la vena effluente si stacca dalla parete in modo netto, mentre nelle seconde la vena effluente si attacca alla parete della luce la quale ha uno spessore finito. In funzione del particolare tipo di luce si possono trovare delle relazioni che legano la portata effluente con la geometria della luce che vengono denominate leggi di efflusso delle luci.

13.1 Luci a battente a spigolo vivo

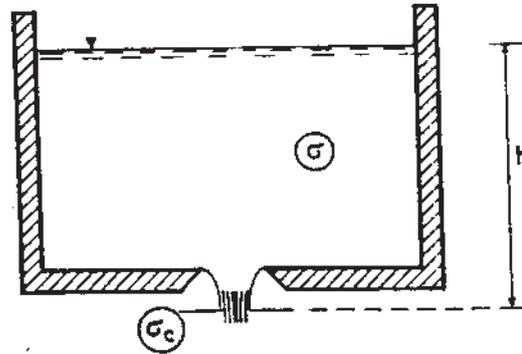
13.1.1 Efflusso libero nell'atmosfera

Come primo esempio si consideri il caso di un efflusso libero di una corrente che sbocca direttamente nell'atmosfera passando attraverso un foro scolpito sulla parete di un recipiente.

Si è già studiato che per i liquidi perfetti l'applicazione del teorema di Bernoulli conduce all'espressione della velocità in corrispondenza della

sezione contratta: $V_c = \sqrt{2gh}$, essendo h il carico sulla luce (fig. 13.2).

Fig. 13.2



Inoltre è stato osservato come in realtà si verificano sempre delle piccole perdite di carico per cui nella sezione contratta la velocità media vale: $V'_c = C_v \sqrt{2gh}$, essendo C_v un coefficiente correttivo della velocità pari a circa 0,98.

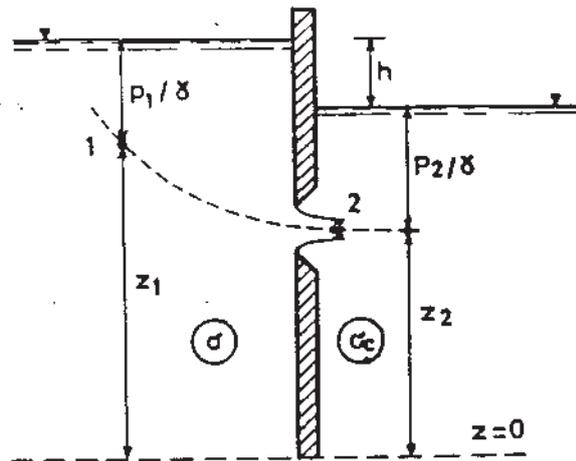
La portata Q vale pertanto: $Q = \sigma_c C_v \sqrt{2gh} = \sigma C_c C_v \sqrt{2gh} = \mu \sigma \sqrt{2gh}$, avendo indicato con $C_c = \frac{\sigma_c}{\sigma}$ il coefficiente di contrazione della vena pari a circa 0,62, e $C_c C_v = \mu$, il coefficiente di efflusso che nel caso esaminato vale circa 0,61.

Riferendosi alla figura 13.1, si ha che nella sezione contratta la pressione p è pari a zero, la velocità è distribuita con legge parabolica ($v = \sqrt{2gh}$) e le traiettorie più basse risultano più tese verificandosi così il fenomeno di "inversione" della vena.

13.1.2 Efflusso rigurgitato

Un altro caso che può verificarsi è quello dell'efflusso rigurgitato di una corrente che sbocca in una massa d'acqua in quiete e si diffonde in essa (fig. 13.3).

Fig. 13.3



L'applicazione del teorema di Bernoulli tra un punto 1 interno al serbatoio di monte ed un punto 2 generico in corrispondenza della sezione contratta conduce a:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

e quindi:

$$\frac{v_2^2}{2g} = \left(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}\right) - \left(z_2 + \frac{p_2}{\gamma}\right) = h$$

essendo ormai ovvio il significato dei simboli.

In corrispondenza del punto 2 la velocità è uniforme in tutta la sezione contratta come conseguenza del fatto che la pressione vi è distribuita idrostaticamente. Tenendo conto delle perdite di carico si ha: $v'_c = C_v \sqrt{2gh}$, con $C_v = 0,98$, per cui la portata Q può esprimersi come $Q = C_c C_v \sigma \sqrt{2gh} = \mu \sigma \sqrt{2gh}$, risultando ancora una volta il coefficiente di efflusso μ pari a 0,61.

Si può osservare come in questo caso la portata Q non dipende dalla posizione della luce, ma soltanto dal dislivello tra i peli liberi dei due serbatoi.

13.1.3 Efflusso libero sotto una paratoia

La paratoia ha larghezza l ed ha un'altezza dal fondo del canale o del recipiente pari a s .

Anche in tale caso, la portata Q può calcolarsi attraverso l'applicazione del teorema di Bernoulli tra un punto 1 interno al serbatoio ed un punto 2 in corrispondenza della sezione contratta, considerando che in corrispondenza della sezione contratta la pressione (P_2) è distribuita idrostaticamente e la velocità (V_2) varia uniformemente (fig. 13.4). Risulta quindi:

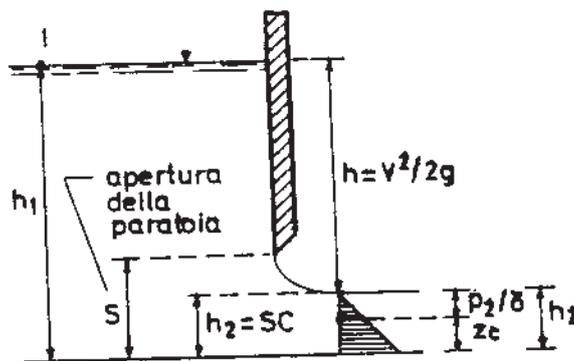
$$h_1 = z_c + \frac{P_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

da cui:

$$\frac{v_2^2}{2g} = h_1 - h_2 = h$$

e pertanto, al solito, la velocità media nella sezione contratta risulta pari a: $v'_c = C_v \sqrt{2gh}$, e la portata: $Q = l h_2 C_v \sqrt{2gh}$, essendo l la larghezza della paratoia. Ma siccome $h_2 = s C_c$, si ha $Q = l s C_c C_v \sqrt{2gh} = \mu l s \sqrt{2gh}$.

Fig. 13.4



Se la corrente ha una velocità di arrivo V_1 (caso di paratoia posta in un canale), il carico a monte risulta:

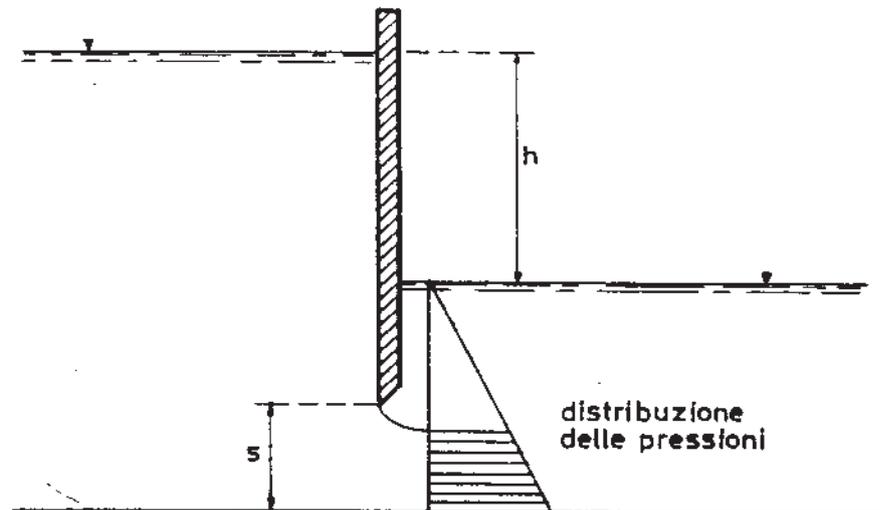
$h_1 + \frac{v_1^2}{2g}$; per cui, a parità di dislivello geometrico, dalla luce defluisce una portata maggiore.

13.1.4 Efflusso rigurgitato sotto una paratoia

Così come nel caso precedente, la portata Q , ricavata dall'applicazione del teorema di Bernoulli vale: $Q = lsC_c C_v \sqrt{2gh}$, ovvero $Q = \mu ls \sqrt{2gh}$, con $\mu = 0,61$ (fig. 13.5), essendo ancora una volta h il dislivello tra i peli liberi dei due serbatoi, l la larghezza della luce, s la sua altezza e μ il coefficiente di efflusso.

Dall'esame dei casi precedenti può osservarsi come per le luci a battente in parete sottile il coefficiente μ praticamente non dipende dalla forma delle luci.

Fig. 13.5



13.2 Luci a stramazzo a spigolo vivo

13.2.1 Stramazzo rettangolare con contrazione della vena solo sulla soglia (tipo Bazin)

Se la soglia dello stramazzo ha una lunghezza l pari alla larghezza del canale d'arrivo non si ha contrazione della vena stramazzaante sulle pareti, ma solo sulla soglia. In

tal caso la luce a stramazzo si può considerare scomposta in luci a battente di larghezza l e altezza infinitesima dy (fig. 13.6), per ciascuna delle quali la portata infinitesima dq vale: $dq = \mu l dy \sqrt{2gy}$.

Supponendo che il coefficiente di efflusso μ sia costante per tutte le striscioline e pari a quello delle luci sotto battente a spigolo vivo ($\mu = 0,61$), integrando all'intera superficie occupata dalla corrente si ottiene la portata Q che risulta:

$$Q = \mu l \sqrt{2g} \int_0^h \sqrt{y} dy = \mu l \sqrt{2g} \left[\frac{y^{1/2+1}}{1/2+1} \right]_0^h = \frac{2}{3} \mu l h \sqrt{2gh}.$$

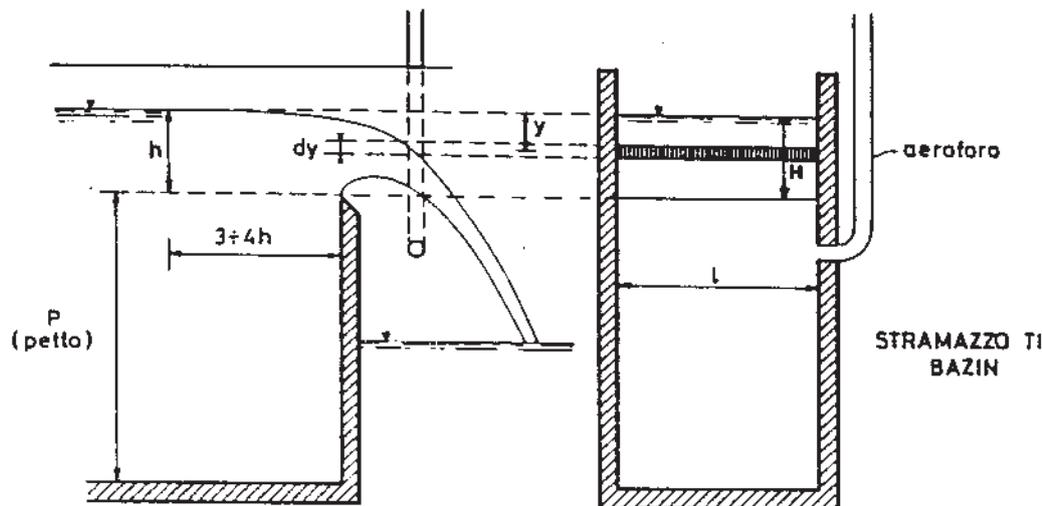


Fig. 13.6

Il coefficiente di efflusso è pari a quello per le luci a battente ($\mu=0,61$), solo se non c'è velocità di arrivo o la stessa è trascurabile. Il termine (lh) ha le dimensioni di un'area, ma non è l'area a cui compete la velocità $\sqrt{2gh}$.

Ponendo $\mu' = \frac{2}{3}\mu = \frac{2}{3}0,61 = 0,415$, l'espressione della portata si può ricondurre alla forma generale: $Q = \mu'lh\sqrt{2gh}$.

Nel tipo di stramazzo sopra descritto, come si è detto, non si ha la contrazione laterale perché l'opera trasversale sbarra l'intera larghezza del canale. Tale tipo di stramazzo è stato ideato e studiato da Bazin. Affinché la vena si protenda, e non si adagi sull'opera trasversale, in modo che il funzionamento sia regolare, e si possano utilizzare le espressioni di μ ricavate sperimentalmente, occorre che anche la superficie inferiore della vena stramazante sia a pressione atmosferica (fig. 13.6): per cui occorre mettere nelle pareti del canale delle apposite canne di aerazione (In assenza di aerofori il volume d'aria compreso tra la superficie inferiore della vena, le pareti del canale recipiente e il pelo libero della corrente nel canale stesso, verrebbe trascinato dalla corrente; la vena si adagierebbe allora alla parete dello stramazzo e la legge dell'efflusso sopra indicata non sarebbe più valida).

Il coefficiente $\frac{2}{3}\mu$, vale, come ordine di grandezza, circa 0,415, nel caso in cui la velocità di arrivo sia trascurabile. Nel caso contrario vengono utilizzate le

seguenti espressioni per valutare il coefficiente di efflusso μ :

espressione di Bazin secondo cui:

$$\mu = \left(0,607 + \frac{0,0045}{h}\right) \left[1 + \frac{0,55h^2}{(h+p)^2}\right]$$

valida per $0,10 \leq h \leq 0,6\text{m}$; $0,2 \leq p \leq 2,0\text{m}$ e $0,50 \leq l \leq 2\text{m}$;

espressione di Rebhock (particolarmente adatta per canali corti, muniti di griglia) secondo la quale:

$$\mu = 0,6035 + \frac{0,0813(h+0,0011)}{p}$$

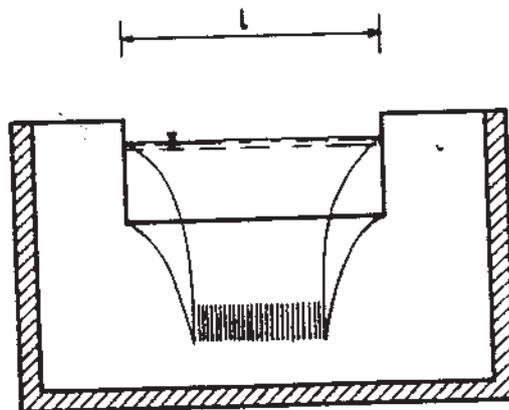
valida per $0,03 \leq h \leq 0,6\text{m}$.

La misura del carico h va fatta a una distanza a monte della soglia pari a $2-3h$ in modo che non si risenta dell'effetto del richiamo allo sbocco.

13.2.2 Stramazzo tipo Francis

E' uno stramazzo rettangolare nel quale si ha oltre alla contrazione sulla soglia anche la contrazione laterale della corrente, poiché i lati sono distanti rispetto alle pareti del canale (fig. 13.7).

Fig. 13.7



STRAMAZZO TIPO
FRANCIS

La portata Q , che è stata calcolata sperimentalmente, vale:

$$Q = \frac{2}{3} \mu (1 - 0,2h) h \sqrt{2gh}$$

potendo assegnare al coefficiente di efflusso μ le stesse espressioni fornite per lo stramazzo Bazin.

Chiaramente mettendo a confronto uno stramazzo Bazin con uno stramazzo Francis, a parità di l ed h , si ha in quest'ultimo una riduzione ΔQ della portata che effluisce (dovuta alla contrazione laterale della corrente), che vale:

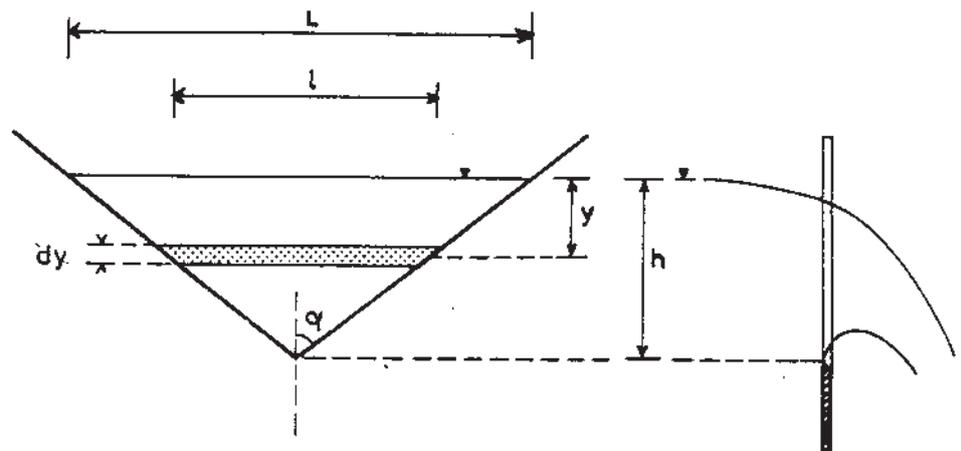
$$\Delta Q = \frac{2}{3} \mu (0,2\sqrt{2g}) h^{5/2}$$

e che risulta quindi proporzionale ad $h^{5/2}$

13.2.3 Stramazzo di tipo triangolare

Tali tipi di stramazzi (fig. 13.8) hanno il pregio di consentire la misura, con buona approssimazione, sia di portate piccole sia di portate grandi.

Fig. 13.8



Anche in questo caso la determinazione della portata Q può condursi scomponendo l'area occupata dalla corrente in strisce elementari che possono considerarsi luci a

battente, in ciascuna delle quali, nell'ipotesi ¹⁵⁰ di $\mu = \text{cost.} = 0,61$, la portata elementare dq vale:

$$dq = \mu l dy \sqrt{2gy} = \mu \frac{L}{h} (h-y) \sqrt{2gy} dy = \mu 2 \text{tg} \alpha (h-y) \sqrt{2gy} dy$$

Integrando si ottiene:

$$Q = 2\mu \text{tg} \alpha \sqrt{2g} \left[h \int_0^h y^{1/2} dy - \int_0^h y^{3/2} dy \right]$$

e quindi:

$$Q = 2\mu \text{tg} \alpha \sqrt{2g} \left[\frac{hh^{3/2}}{3/2} - \frac{h^{5/2}}{5/2} \right] = \mu \frac{8}{15} \text{tg} \alpha h^2 \sqrt{2gh} = \mu \frac{8}{15} \text{tg} \alpha \sqrt{2g} h^{5/2}$$

dalla quale risulta che la portata è proporzionale al carico elevato alla potenza 5/2. Nel caso in cui $\alpha = 45^\circ$, si ha lo stramazzo Thomsom per il quale l'espressione suddetta diventa:

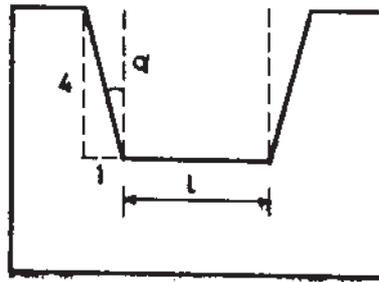
$$Q = \mu \frac{8}{15} h^2 \sqrt{2gh}$$

13.2.4 Stramazzo di tipo trapezio

Uno stramazzo di tipo trapezio può considerarsi come la somma di uno stramazzo triangolare e di uno stramazzo rettangolare tipo Francis: la portata che effluisce dal triangolare (proporzionale ad $h^{5/2}$) compensa esattamente la riduzione di portata che si ha nello stramazzo Francis per la contrazione laterale, anch'essa proporzionale ad $h^{5/2}$, nel caso in cui $\text{tg} \alpha = 1/4$ (fig. 13.9).

La portata Q può calcolarsi attraverso la formula di Bazin essendo h , ancora una volta il carico sulla luce misurato a monte e ad una distanza dalla luce pari a $(2+3)h$ ed l la larghezza sulla soglia sfiorante.

Fig. 13.9



**STRAMAZZO
CIPOLLETTI**

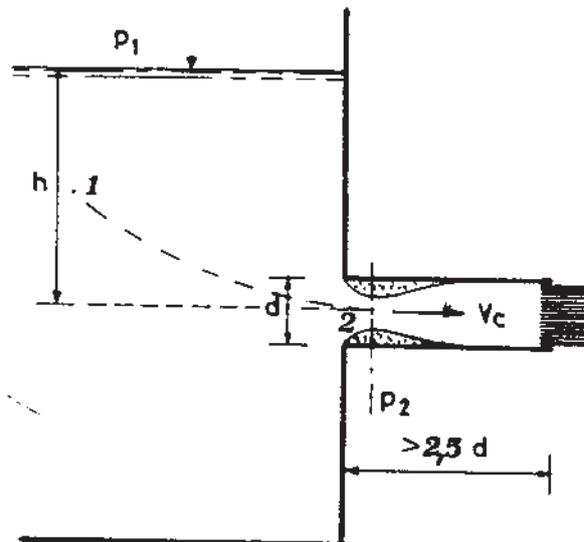
Tale tipo di stramazzo prende il nome di stramazzo Cipolletti, dal nome dello studioso che se ne è occupato.

13.3 Efflusso in parete grossa

13.3.1 Luce a battente

Tale tipo di luce si può ottenere inserendo un tronchetto di tubazione nello spessore della parete in muratura di una vasca o saldando il tronchetto stesso alla parete di un serbatoio in lamiera; in quest'ultimo caso viene denominata luce con tubo addizionale esterno (fig. 13.10).

Fig. 13.10



La portata Q può calcolarsi applicando ancora il teorema di Bernoulli, tra un punto 1 interno al serbatoio ed un punto 2 in corrispondenza della sezione contratta. Si ha:

e poiché $(z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - z_2 = h$, si ottiene

$$v_c = \sqrt{2g(h - \frac{p_2}{\gamma})}$$

Si è dedotto per via sperimentale (Venturi) che in corrispondenza della sezione contratta, vale la seguente relazione: $\frac{p_2}{\gamma} = -\frac{3}{4}h$.

Sostituendo nell'espressione di v_c e correggendo la velocità col solito coefficiente correttivo C_v per tenere conto delle perdite di carico nel tronco in esame, risulta:

$$v_c = C_v \sqrt{2g[h - (-\frac{3}{4}h)]}$$

essendo $-\frac{3}{4}h$, la depressione, espressa in termini di altezza piezometrica, in corrispondenza della sezione contratta, che al massimo può valere 10,33m.

La portata Q vale pertanto:

$$Q = \mu \sigma \sqrt{2g(h + \frac{3}{4}h)}$$

con $\mu = C_c C_v = 0,61$. La lunghezza del tubo addizionale deve essere $> 2,5d$, affinché la vena effluente si riattacchi alla parete ed esca a bocca piena, ma non deve essere molto grande affinché non si abbiano perdite continue; in questo caso si ha soltanto la perdita localizzata di imbocco.

Se è $\frac{3}{4}h \leq 10,33m$, allora dall'espressione suddetta si

deduce:

$$Q = 0,61 \sqrt{7/4} \sigma \sqrt{2gh} = 0,81 \sigma \sqrt{2gh}$$

Se invece risulta $\frac{3}{4}h > 10,33m$ la portata Q vale:

$$Q = 0,61 \sigma \sqrt{2g(h + 10,33)}$$

(Il carico h dedotto ponendo $\frac{3}{4}h=10,33m$, ossia $h=14m$, e quel carico oltre il quale vale, ai fini dell'efflusso quest'ultima espressione).

13.3.2 Stramazzo a larga soglia

Si definisce a larga soglia uno stramazzo sul quale si forma il cosiddetto "stato critico" prima che la corrente stramazzi.

La velocità di arrivo della corrente deve essere eguale a zero oppure di entità trascurabile. Lo spigolo a monte dello stramazzo deve essere arrotondato altrimenti la corrente non si adagia su di essa ma stramazza come da uno spigolo vivo di una luce in parete sottile e la legge dell'efflusso viene modificata.

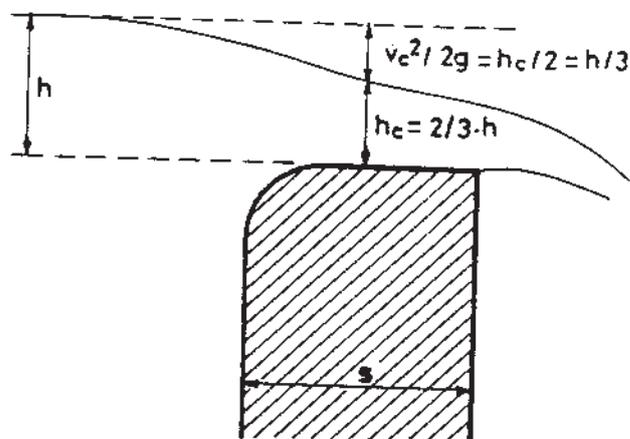


Fig. 13.11

Si può dimostrare che nell'ipotesi che le perdite di carico siano nulle, nella sezione dove si forma lo stato critico, il carico totale è h (fig. 13.11), l'altezza della corrente (detta altezza critica) vale $h_c = \frac{2}{3}h$ e, conseguentemente, $\frac{v_c^2}{2g} = \frac{h}{3}$; la portata si può allora dedurre con la solita formula dell'efflusso:

$$Q = \mu l h \sqrt{2gh}$$

nella quale il coefficiente μ vale circa 0,385.

§ 14 - MISURA DELLA PORTATA Q

Il metodo più naturale, in condizioni di moto permanente, sarebbe quello di misurare il volume τ che scorre attraverso una sezione nel tempo t , e quindi, utilizzando la definizione di portata, si ha: $Q=\tau/t$; ma ciò non è di pratica attuazione per le grandi portate, frequenti nell'idraulica agraria. Il metodo volumetrico si può invece validamente applicare nel caso delle portate che effluiscono da gocciolatori o spruzzatori.

Le modalità di misura della portata sono molto numerose; occorre quindi dividerle in due gruppi: misure nelle correnti in pressione e misure nelle correnti a pelo libero.

14.1 Misura delle portate nelle correnti in pressione

14.1.1 Tubo di Pitot (usato soprattutto per installazioni sperimentali di laboratorio)

Il tubo di Pitot è semplicemente un tubicino rettilineo con una estremità foggiate a gomito (fig. 14.1). Il suo inserimento nelle condotte intubate, con l'imboccatura del gomito rivolta controcorrente, consente la determinazione della velocità istantanea in prossimità dell'imboccatura medesima.

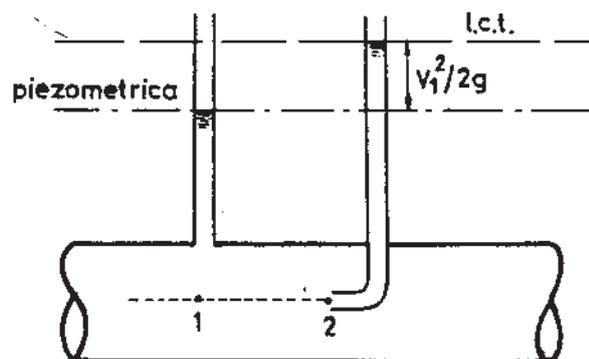


Fig. 14.1

Applicando il teorema di Bernoulli fra il punto 1 e il punto 2, scelti tanto vicini che è possibile considerare nulle le perdite continue, si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Nel punto 2 (detto punto di "ristagno"), la velocità v_2 è nulla e pertanto, isolando il termine incognito, si ha:

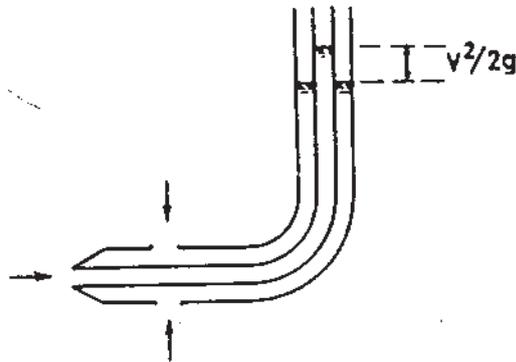
$$\frac{v_1^2}{2g} = (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) - (z_1 + \frac{p_1}{\gamma})$$

dove $(z_2 + \frac{p_2}{\gamma})$ è la quota piezometrica del liquido entro il Pitot e $(z_1 + \frac{p_1}{\gamma})$ è la quota piezometrica del liquido nel punto 1, rilevabile mediante il piezometro. Valutando la differenza di livello fra il tubo di Pitot e il piezometro è immediata la determinazione della v_1 .

Per ottenere la portata Q è però necessario misurare la velocità in diversi punti della sezione, determinare la velocità media e moltiplicarla per la sezione.

Negli apparecchi perfezionati ci sono due tubi coassiali (fig. 14.2), in cui quello centrale avendo l'imboccatura rivolta controcorrente, è un tubo di Pitot e quindi il livello a cui si porta il liquido al suo interno materializza la l.c.t.

Fig. 14.2



Il tubo esterno ha invece le imboccature lambite dalla corrente quindi è un normale piezometro. La differenza fra i livelli nei due tubi è proprio pari al carico cinetico $\frac{v^2}{g}$.

L'utilizzo del tubo di Pitot per misure di portate ha qualche inconveniente: il termine cinetico $\frac{v^2}{2g}$ è piccolo per i valori di velocità V di normale interesse (con $V=1$ m/sec, si ha $v^2/2g=0,05$ m), sicché gli errori sono sensibili, anche perché i livelli liquidi pulsano. Lo strumento è inoltre scomodo da utilizzare in misure in pieno campo.

14.1.2 Venturimetro

Con il metodo descritto in questo paragrafo, così come con i seguenti, riferiti sempre alla misura delle correnti in pressione, si ricava direttamente la portata Q senza che si renda necessaria la conoscenza della velocità V . Ciò si ottiene applicando le equazioni dell'idraulica ad un tronco di corrente una volta dedotto il dislivello piezometrico fra le sezioni estreme.

Applicando il teorema di Bernoulli fra i punti 1 e 2 (fig. 14.3), supponendo nulle le perdite di carico, si ha:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g}$$

Inserendo un manometro differenziale, leggendo Δ , è possibile conoscere la variazione di quota piezometrica δ fra i punti 1 e 2, infatti si ha che: $\delta = \Delta(\gamma_m - \gamma) / \gamma$.

La variazione della quota piezometrica coincide con la variazione dell'altezza cinetica, ovvero:

$$\frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g} = (z_1 + \frac{p_1}{\gamma}) - (z_2 + \frac{p_2}{\gamma}) = \delta$$

l.c.t.

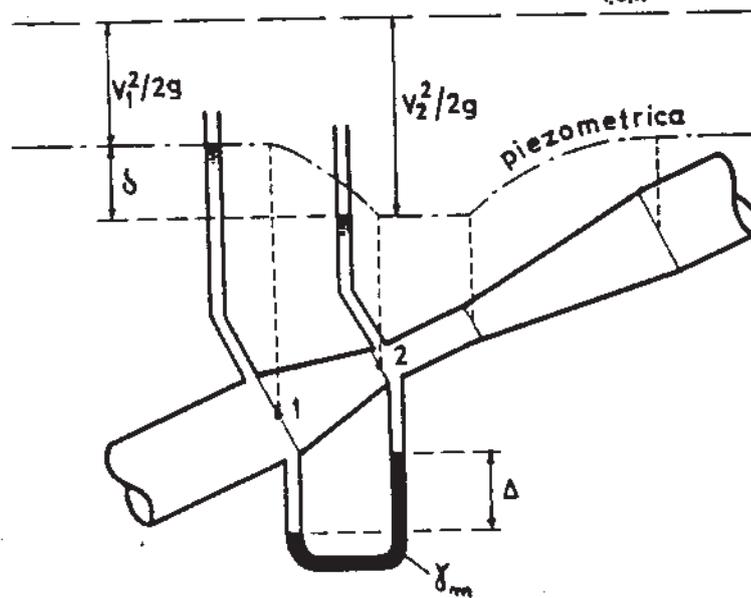


Fig. 14.3

passando alle portate si ha:

$$\frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\sigma_2^2} - \frac{1}{\sigma_1^2} \right) = \delta$$

Essendo note le sezioni σ_1 e σ_2 , può quindi calcolarsi la portata Q . Per mettere in conto le perdite di carico si introduce un coefficiente correttivo della velocità (dedotto sperimentalmente dalle case produttrici), C_v ($\approx 0,95$) sicché:

$$Q = C_v \frac{\sqrt{2g\delta}}{\sqrt{(1/\sigma_2^2 - 1/\sigma_1^2)}}$$

l'inconveniente di questo misuratore è che impegna un lungo tratto di condotta fra convergente e divergente ed è costoso.

14.1.3 Diaframma e boccaglio

Il diaframma ha lo stesso funzionamento idraulico del venturimetro (fig. 14.4). La variazione di sezione si ha però in maniera molto più brusca, grazie all'inserimento di

un diaframma che lascia libera una luce di passaggio pari a σ_d , inferiore alla sezione σ del tubo.

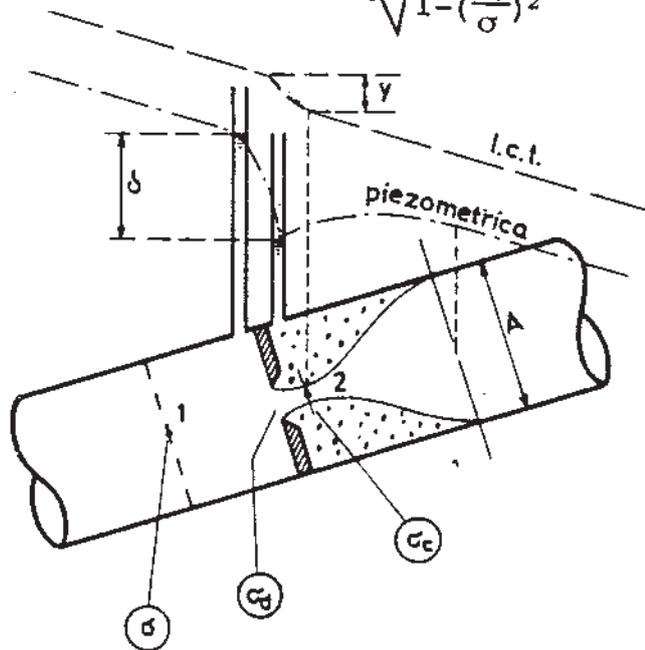
La formula da applicare è identica a quella ricavata per il venturimetro:

$$Q = C_v \frac{\sqrt{2g\delta}}{\sqrt{(1/\sigma_2^2 - 1/\sigma_1^2)}}$$

e poiché $\sigma_2 = \sigma_c$, e $\sigma_1 = \sigma$, mettendo in evidenza la sezione contratta σ_c , si ha:

$$Q = C_v \sigma_c \frac{\sqrt{2g\delta}}{\sqrt{1 - (\frac{\sigma_c}{\sigma})^2}}$$

Fig. 14.4

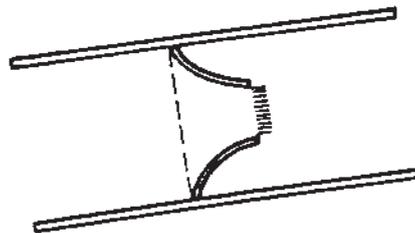


Si ha inoltre che la sezione contratta σ_c è legata alla luce libera del diaframma σ_d da un coefficiente di contrazione $C_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_d}$, e che quest'ultima è legata alla sezione del tubo σ dal rapporto di strozzamento $m = \frac{\sigma_d}{\sigma}$. Si ha quindi: $\sigma_c = C_c \sigma_d = C_c m \sigma$; sostituendo nell'espressione della portata:

$$Q = C_v \sigma_c \frac{\sqrt{2g\delta}}{\sqrt{1 - m^2 C_c^2}}$$

dove il termine, $\frac{C_v \sigma_c}{\sqrt{1 - m^2 C_c^2}}$, è una costante che dipende dalle ¹⁶⁰ caratteristiche costruttive del diaframma e che viene determinata dal costruttore mediante prova di taratura. Il boccaglio è affine al diaframma; in esso si ha una maggiore continuità della corrente grazie a un profilo raccordato nel senso del moto (fig. 14.5); si hanno così perdite di carico inferiori rispetto al diaframma.

Fig. 14.5



Mediante taratura viene determinato il legame fra portata Q e variazione di quota piezometrica δ .

Costruttivamente deve essere realizzato con due tratti rettilinei a monte e a valle, lunghi rispettivamente $15+50D$ e 5 volte il diametro D ; in questi tratti sono inserite le prese piezometriche.

Questi ultimi due strumenti presentano il vantaggio di una minore lunghezza rispetto al venturimetro e sono meno costosi; causano però maggiori perdite di carico.

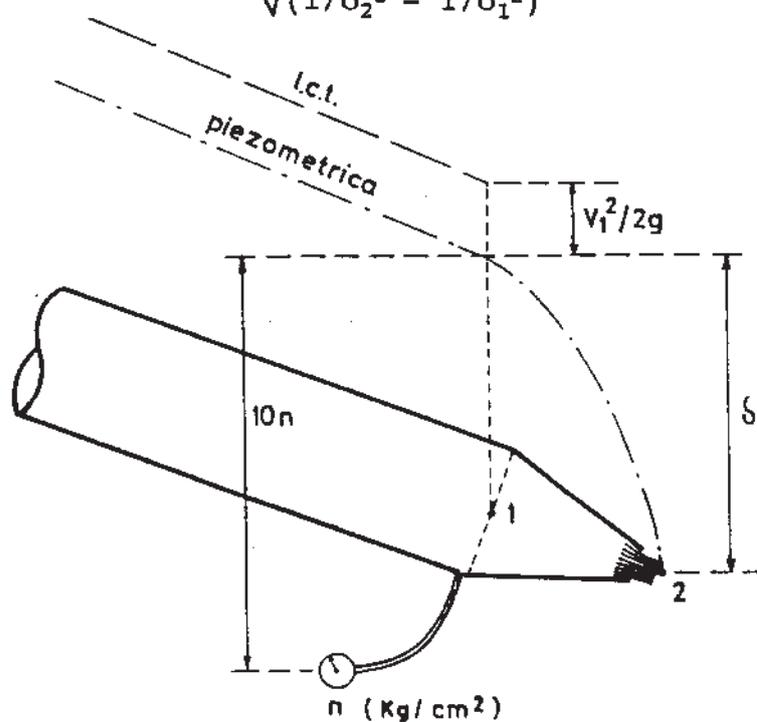
14.1.4 Ugello

L'ugello è come un venturimetro in cui la sezione di area minore, essendo uno sbocco libero nell'atmosfera, ha altezza piezometrica nulla (fig. 14.6). Basta quindi stabilire, utilizzando ad esempio un manometro metallico applicato nella sez. 1, la differenza piezometrica δ tra le sezioni 1

e 2, per potere applicare la formula seguente dedotta applicando l'equazione di Bernoulli tra le sezioni stesse:

$$Q = C_v \frac{\sqrt{2g\delta}}{\sqrt{(1/\sigma_2^2 - 1/\sigma_1^2)}}$$

Fig. 14.6

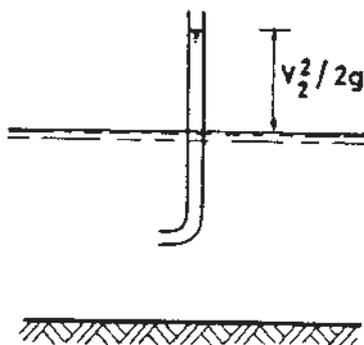


14.2 Misura delle portate nelle correnti a pelo libero

14.2.1 Tubo di Pitot

Per l'uso del tubo di Pitot in una corrente a pelo libero vale tutto quanto già detto a proposito delle correnti intubate. Nelle correnti a pelo libero non è ovviamente necessario l'inserimento di un piezometro, dato che la piezometrica coincide con il pelo libero (fig. 14.7).

Fig. 14.7



La velocità ricavata con l'inserimento del piezometro è però sempre la velocità riferita ad un punto della corrente prossimo all'imbocco del tubo; per passare quindi alla portata occorrerà trovare il valore medio della velocità in una qualsiasi sezione idrica della corrente stessa.

14.2.2 Mulinello

Il mulinello è un apparecchio munito di un'elica che viene investita dalla corrente; l'elica è collegata ad un rotismo che trasmette il moto a un contagiri. Per ogni mulinello il costruttore determina, e fornisce a corredo dello strumento, la curva di taratura.

La curva di taratura (fig. 14.8) consente di dedurre la velocità v della corrente noto il numero di giri n compiuti dall'elica nella unità di tempo (velocità di rotazione), ovvero noto il tempo necessario a compiere 1, 10 o 100 giri (il mulinello è dotato in quest'ultimo caso di un avvisatore acustico che segnala il raggiungimento del numero di giri fissato).

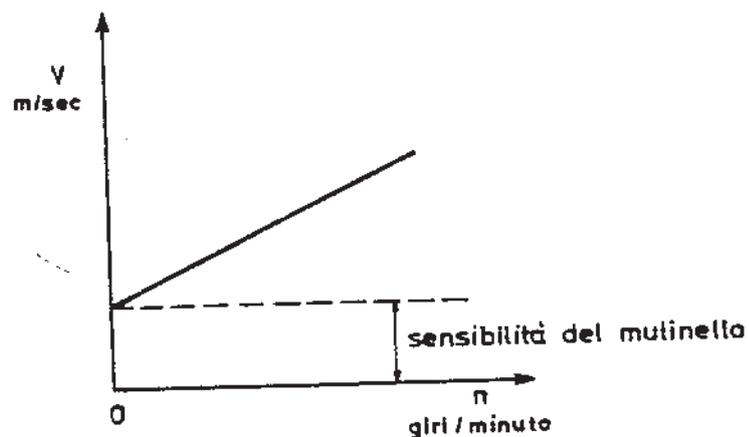


Fig. 14.8

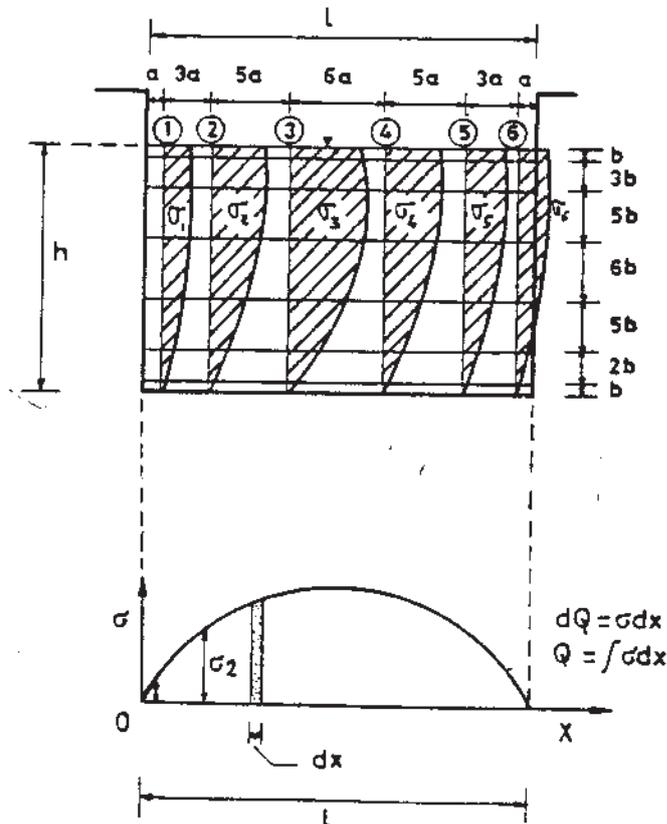
Si osservi che la curva di taratura non passa per l'origine. Infatti, a causa degli attriti interni, a velocità di rotazione $n=0$, corrisponde $v \neq 0$. Tanto minori sono gli

attriti interni, tanto minore è l'ordinata della curva nel punto di ascissa $n=0$. Tale ordinata rappresenta la sensibilità dello strumento.

Per determinare la portata in un canale a pelo libero si introduce il mulinello in più punti della sezione trasversale mediante un filo o, se è possibile, mediante un'asta rigida. Per la sezione rettangolare si consiglia di posizionare il mulinello nei punti di incrocio di un reticolo unificato che suddivide la larghezza l e l'altezza h in 24 parti secondo la schema di fig. 14.9.

Per ogni verticale è possibile tracciare il diagramma delle velocità. Valutate per ogni verticale l'area σ del diagramma della velocità, si riporta quest'ultima come ordinata del diagramma sottostante la cui area misura la portata Q che attraversa la sezione. Il procedimento suddetto richiede numerose misure ed è pertanto laborioso.

Fig. 14.9



Poiché si è riconosciuto sperimentalmente che in genere alla quota $0,4 h$ dal fondo, si ha la velocità media V_m lungo la verticale ($V_m h = \sigma$), si può porre ivi il mulinello e fare una sola lettura per verticale per ottenere le corrispondenti aree del diagramma della velocità. In tal modo si perviene al valore di Q in modo più rapido ma certamente con maggiore approssimazione.

14.2.3 Galleggiante

Per misura di primo orientamento si può introdurre un galleggiante anche rudimentale in corrispondenza del filone centrale della corrente e misurare con cronometro il tempo t che impiega a percorrere un tratto s (il più lungo possibile). La velocità del galleggiante è data da $v = s/t$. Si è determinato sperimentalmente che la velocità media V_m della corrente nella sezione è data da $V_m = 0,8 + 0,85V$ (la velocità media è inferiore alla velocità in superficie).

14.2.4 Stramazzi in parete sottile

Per le misura della portata delle correnti a pelo libero vengono spesso utilizzati gli stramazzi in parete sottile di cui si è già discusso a proposito della foronomia.

Gli stramazzi più adoperati sono lo stramazzo Bazin, lo stramazzo Francis, lo stramazzo Cipolletti, lo stramazzo Thomson.

Il loro uso è abbastanza agevole dato che dalla misura del solo livello a monte dello stramazzo (riferito alla soglia), è possibile risalire alla portata effluente. La portata in questi stramazzi dipende infatti dal carico h . A rigore le

espressioni dedotte nel cap. 13, valgono solo nel caso in cui la corrente che arriva allo stramazzo possiede una velocità tanto piccola da poterne trascurare gli effetti. Dato che in un canale questa circostanza spesso non si verifica, è opportuno realizzare una vasca di calma rettangolare di dimensioni standardizzate pari a $4l \times 2l$, essendo l la larghezza dello stramazzo. Il livello del pelo libero a monte viene misurato da un idrometro posto in un pozzetto collegato idraulicamente al canale di arrivo. Tale accorgimento serve ad evitare che la lettura dall'idrometro sia influenzata dalle eventuali ondulazioni del pelo libero (dovuti al vento e ad altre cause), nel canale di arrivo. Tali dispositivi di misura hanno un funzionamento semi-modulare, cioè che la portata dipende solo dal livello idrico a monte e non da quello a valle. Essi richiedono un dislivello elevato di cui spesso non si dispone nei canali.

14.2.5 Luci a battente libere

Sono utilizzate sia le luci in parete sottile sia in parete grossa (fig. 14.10), a sezione circolare.

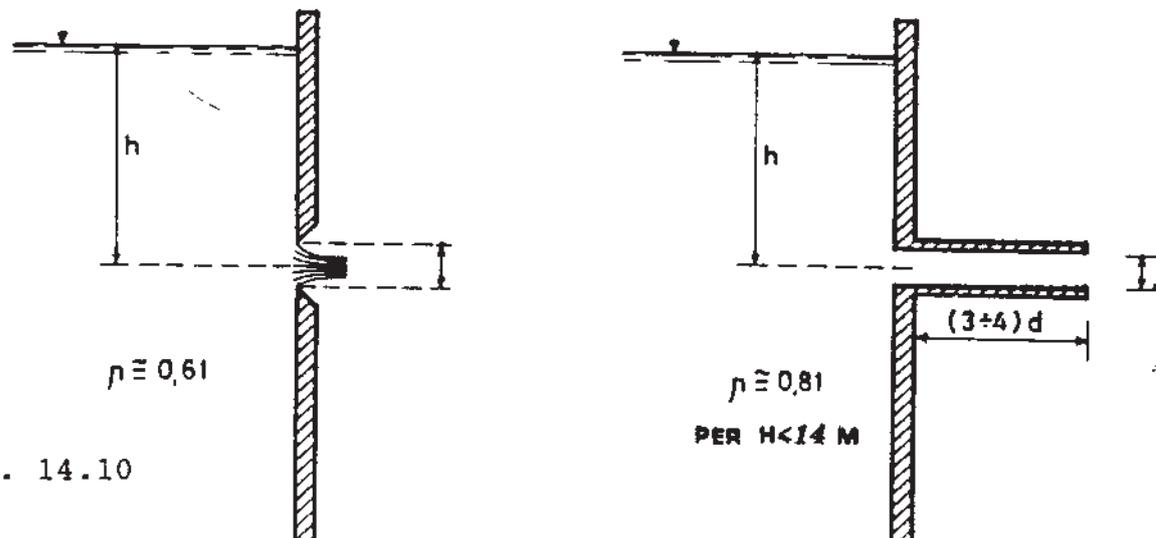


Fig. 14.10

Come già visto nel capitolo della foronomia la portata effluente dipende dal carico h ; si ha infatti $Q = \frac{\mu \pi d^2}{4} \sqrt{2gh}$.

Per questi dispositivi valgono le stesse considerazioni svolte a proposito degli stramazzi in parete sottile, e gli stessi accorgimenti costruttivi.

14.2.6 Stramazzo a larga soglia

Si è già descritto il funzionamento dello stramazzo a larga soglia nel capitolo della foronomia e si è già data l'espressione che lega la portata al carico h del pelo libero sulla superficie dello stramazzo stesso: $Q = 0,3851h\sqrt{2gh}$ (fig. 14.12). Questa formula vale per velocità di arrivo trascurabile e per livelli a valle inferiori ad h_c . Misurando quindi il livello a monte è allora possibile stabilire la portata.

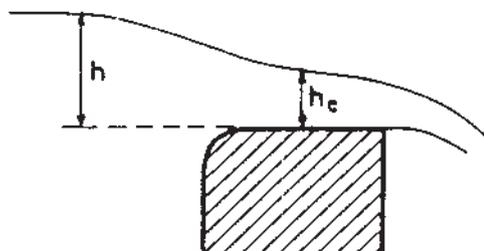


Fig. 14.12

14.2.7 Misuratore a risalto

Il misuratore a risalto è costituito da uno stramazzo a larga soglia inserito in un canale. Esso è realizzato con una strozzatura e/o con una soglia, in modo di provocare lo stato critico, che ne assicura il funzionamento semi-modulare (fig. 14.13).

A valle della strozzatura si ha un tronco di corrente veloce, e successivamente il cosiddetto "risalto idraulico" che fa recuperare quota al pelo libero.

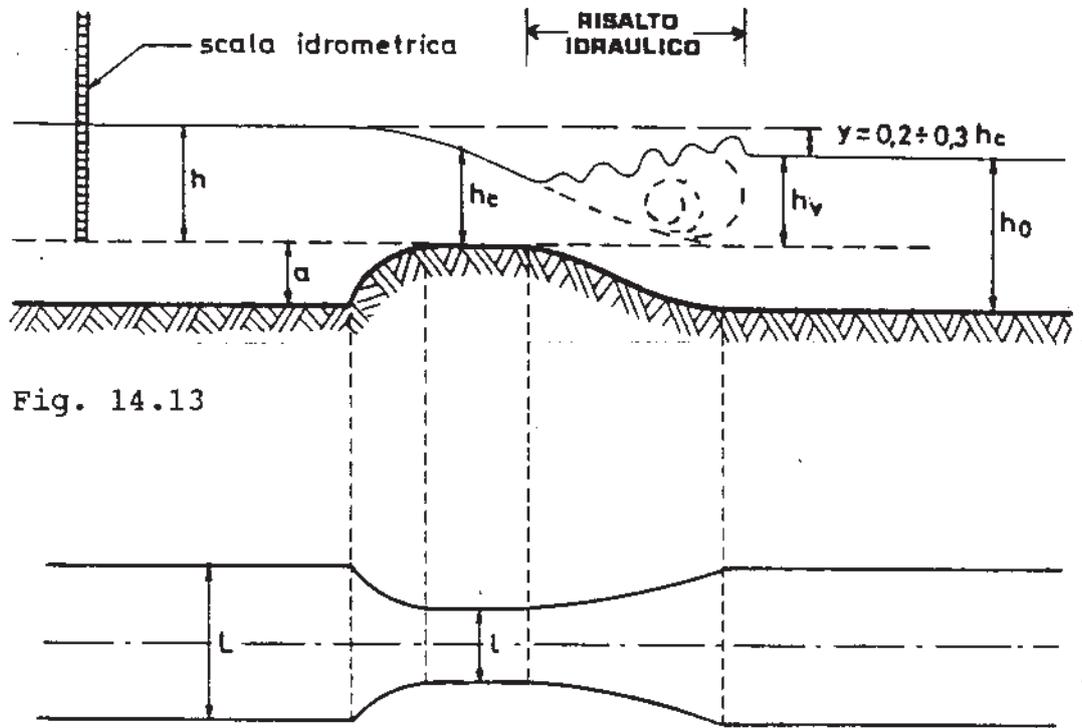


Fig. 14.13

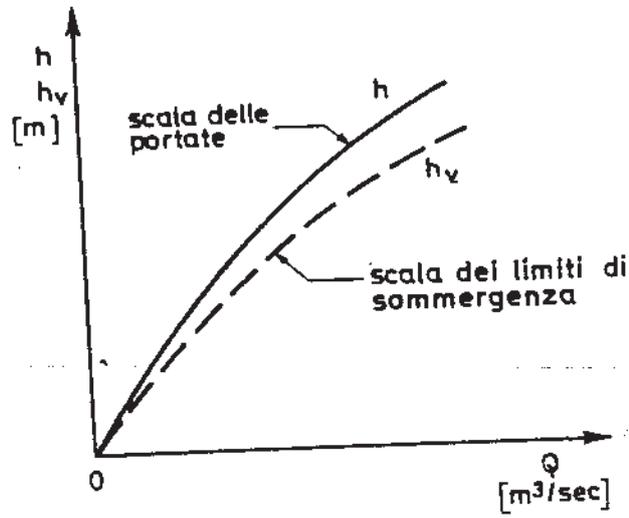
Misurando h , in una sezione posta a distanza sufficiente a monte dalla soglia, si ha: $Q = \mu l h \sqrt{2gh}$, con $\mu = 0,385 + 0,108 [lh/L(h+a)]^2$. Il secondo termine di μ mette in conto la velocità di arrivo (se essa fosse nulla si avrebbe uno stramazzo a larga soglia).

Se l'altezza a valle h_v è inferiore a un certo valore, è garantito il funzionamento semi-modulare dello strumento.

Per verificare tale comportamento si può controllare, facendo uso di un grafico tecnico-sperimentale come quello riportato in fig. 14.14 (che è possibile costruire caso per caso), che per ogni h di monte il livello a valle h_v sia inferiore della ordinata della curva a tratteggio; se ciò si verifica allora il misuratore a risalto funziona correttamente. Spesso tale strumento viene adoperato tutte

le volte che si devono effettuare misure di acque torbide perché non si intorra o quando sono disponibili piccoli dislivelli.

Fig. 14.14



§ 15 MOTO DI FILTRAZIONE

Si ha moto di filtrazione quando il liquido muove occupando interamente tutti gli spazi intergranulari fra le particelle di terreno. Sono presenti soltanto la fase solida e la fase liquida, manca invece la fase aeriforme. Il moto dell'acqua irrigua nel terreno agrario durante un processo di adacquamento avviene generalmente in presenza d'aria. In tal caso il moto è detto di infiltrazione ed è retto da leggi diverse e più complesse di quelle che riguardano i moti di filtrazione.

Il moto di filtrazione dell'acqua nei mezzi porosi è stato studiato da Darcy tramite il dispositivo sperimentale di fig. 15.1, che consente di misurare, una volta che il sistema raggiunge la condizione di regime (moto permanente), la portata filtrante Q ed il dislivello y tra i peli liberi del serbatoio di monte e di valle.

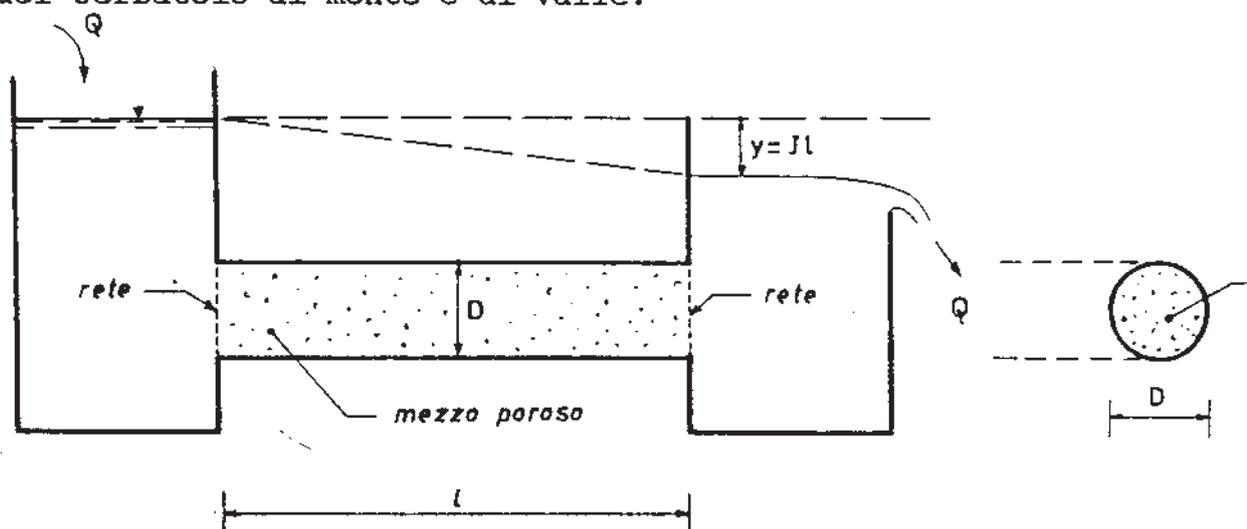


Fig. 15.1

La velocità di filtrazione V è definita come il rapporto tra la portata filtrante Q e l'area σ del filtro, ed è pertanto una velocità fittizia che risulta, inferiore alla velocità effettiva e che comunque è variabile da un mezzo poroso ad

un altro, e, a volte da un punto all'altro del mezzo stesso. Infatti l'area σ non è l'area dei meati occupati dal liquido, ma quella totale del filtro (area della parte solida ed area occupata dal liquido).

E' stato riconosciuto sperimentalmente che la velocità di filtrazione vale: $V=fJ$, (legge di Darcy), se il regime di moto che si realizza è laminare; V è quindi proporzionale alla prima potenza di J , essendo J il rapporto tra la perdita totale y misurata e la lunghezza l del filtro.

Il coefficiente di filtrazione o di permeabilità del mezzo, $f=\frac{Q}{\sigma J}$, rappresenta "la portata che attraversa un filtro di area unitaria quando la cadente piezometrica è pure unitaria", ed è funzione delle caratteristiche del mezzo poroso.

Il coefficiente (f) si può anche definire come la velocità di filtrazione che si realizza quando la cadente piezometrica è unitaria. A puro titolo orientativo si riportano di seguito gli ordini di grandezza, espressi in cm/sec, del coefficiente di filtrazione per alcuni tipi di terreno:

- argilla	0,0000001
- sabbia finissima	0,001
- sabbia fine	0,02
- sabbia media	0,05
- sabbia grossa	0,15
- ghiaietto	0,7÷5;

Come si può constatare le velocità di filtrazione sono generalmente piccolissime.

15.1 Misura della permeabilità

La misura di f su campioni prelevati dal terreno è affetta dall'alterazione provocata nella struttura del mezzo e quindi nella sua porosità dal prelievo, benché appositi accorgimenti consentano oggi l'estrazione dei campioni stessi con la minima manomissione (provini indisturbati); f varia in genere da un punto all'altro dello stesso terreno e varia anche in relazione alla direzione di movimento della corrente filtrante nel mezzo poroso. È però interessante conoscerne il valore medio.

Uno dei metodi atti alla determinazione della porosità in loco è il metodo di Kozeny (fig. 15.2). In un terreno permeabile sede di una falda superficiale si infiggono due tubi di lunghezze differenti, fino a raggiungere il pelo libero e si riempiono d'acqua allo stesso livello; si cronometrano quindi i tempi t_a e t_b in cui il livello si porta dalla posizione 1 alla posizione 2, rispettivamente nella disposizione a) e nella disposizione b). Il tempo t_a risulterà maggiore del tempo t_b perché cresce il percorso della corrente a parità di dislivello piezometrico; il tubo nella disposizione b) è infatti affondato di l rispetto al tubo nella disposizione a).

Si noti che per non alterare molto il terreno occorre infiggere un tubo di diametro crescente all'aumentare della profondità di infissione.

Dall'applicazione di questo metodo è stata tratta la seguente relazione:

$$f = \frac{4,6l}{(t_b - t_a)} \log_{10} \frac{z_1}{z_0}$$

Altri metodi di campo saranno considerati nello studio del drenaggio.

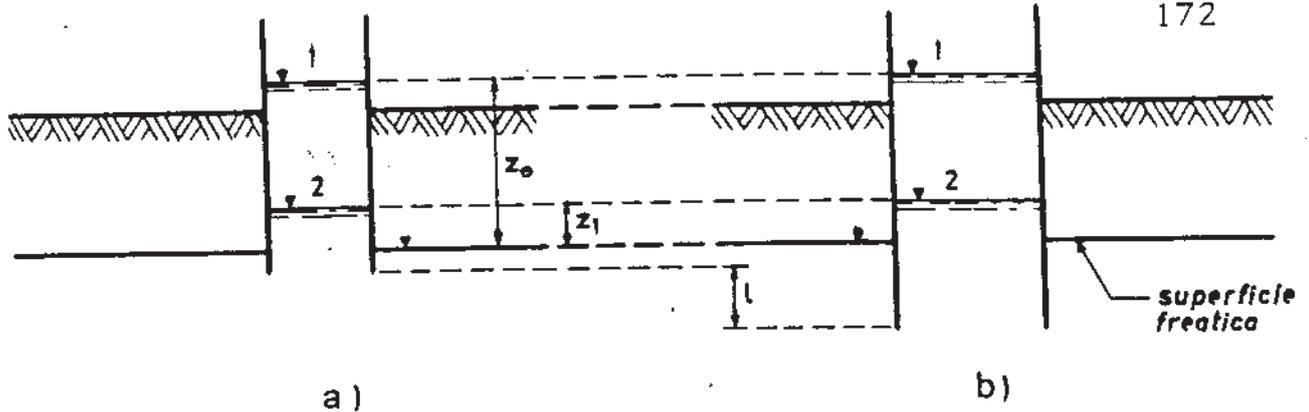


Fig. 15.2

In laboratorio si possono effettuare determinazioni di permeabilità operando su campioni indisturbati per mezzo dei permeametri atti a riprodurre l'esperienza di Darcy. Misurati Q ed y si può dedurre f .

Tale valore, per le ragioni sopra esposte, può non essere rappresentativo di un intero ammasso poroso.

15.2 Falde e pozzi

15.2.1 Falda artesianiana e pozzo artesianiano

E' così definita una falda in pressione in cui la corrente filtra in un ammasso permeabile compreso fra due strati impermeabili (vedi fig. 15.3 a destra della linea verticale tratteggiata). Un pozzo scavato in una falda artesianiana prende il nome di pozzo artesianiano.

Lo schema di fig. 15.4 è relativo ad un pozzo artesianiano non emergente; in condizioni di moto permanente quando viene emunta una portata Q , la quota piezometrica nel pozzo si mantiene ad un livello costante, in posizione più bassa di δ rispetto alla posizione statica della falda (ossia alla posizione della falda in assenza di emungimento). Aumentando la portata Q estratta dal pozzo, aumenta pure δ (sempre in condizioni di moto permanente).

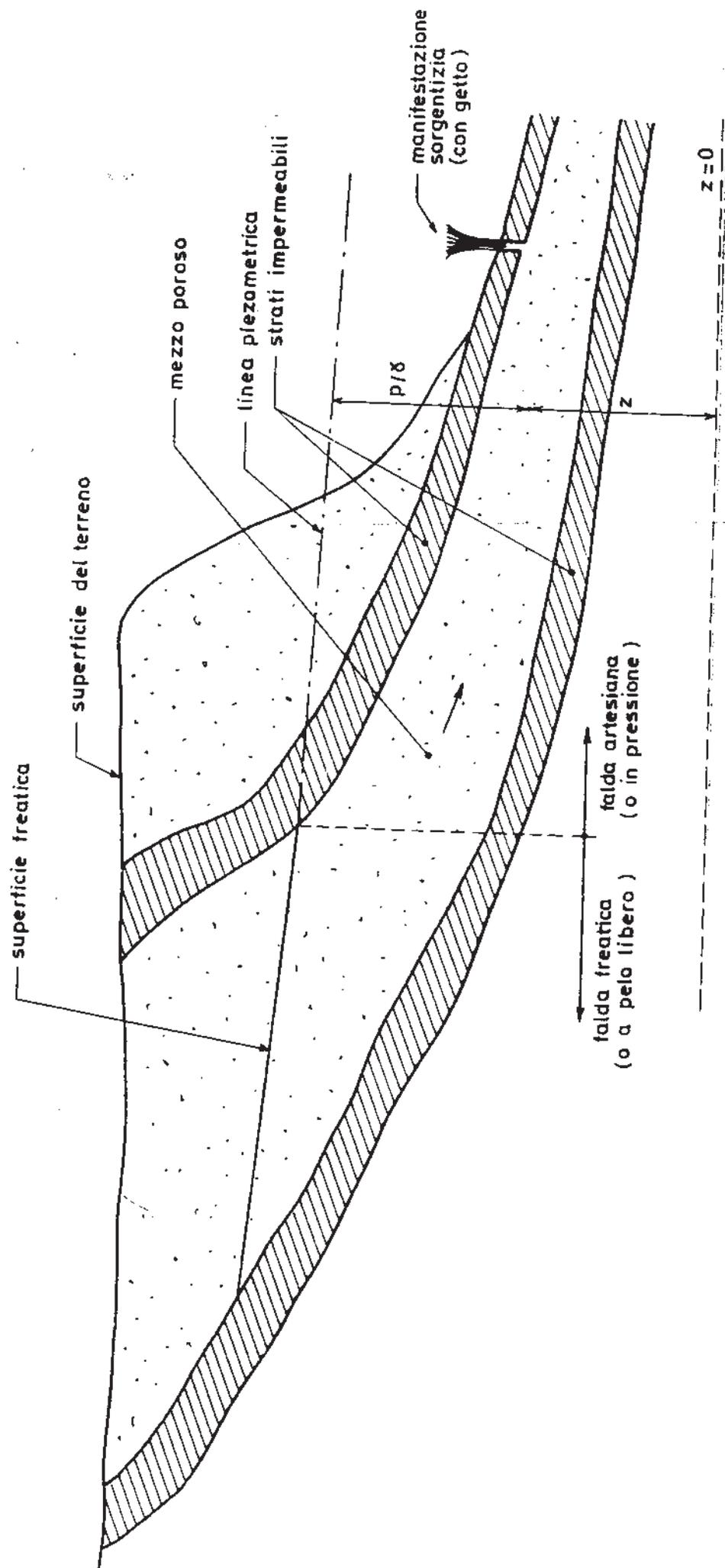
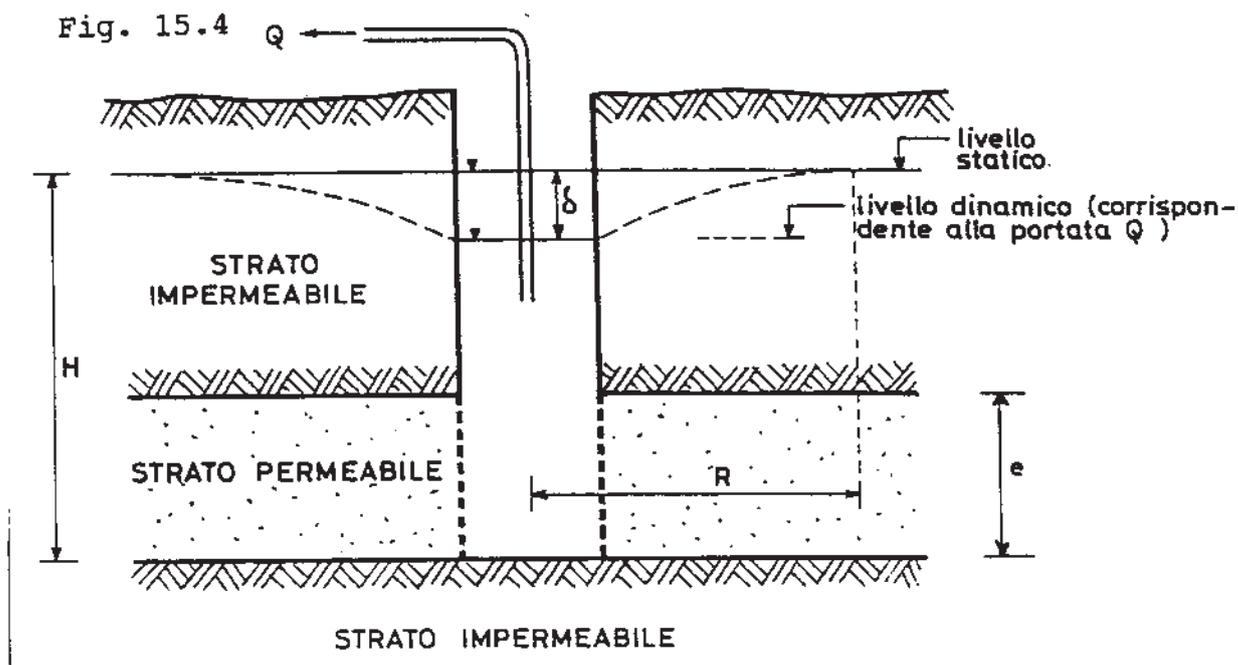


FIG. 15.3



Dicesi caratteristica del pozzo il legame $Q=Q(\delta)$. Nel caso dello schema di figura risulta:

$$Q=10ef\delta \text{ [l/s]}$$

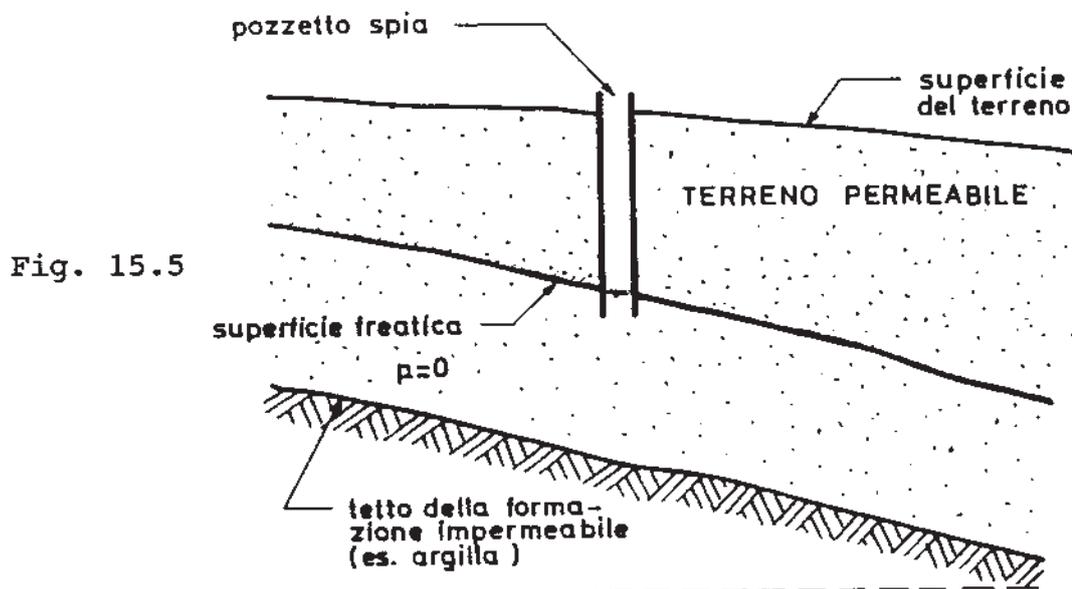
essendo e lo spessore dello strato permeabile misurato in m, f il coefficiente di filtrazione, espresso in m/s e δ l'abbassamento, rispetto al livello statico, che subisce la quota piezometrica, espresso in m. In questo caso il raggio del pozzo non condiziona la Q .

La caratteristica di un pozzo artesiano è, come risulta dall'espressione, di tipo lineare (fig. 15.8).

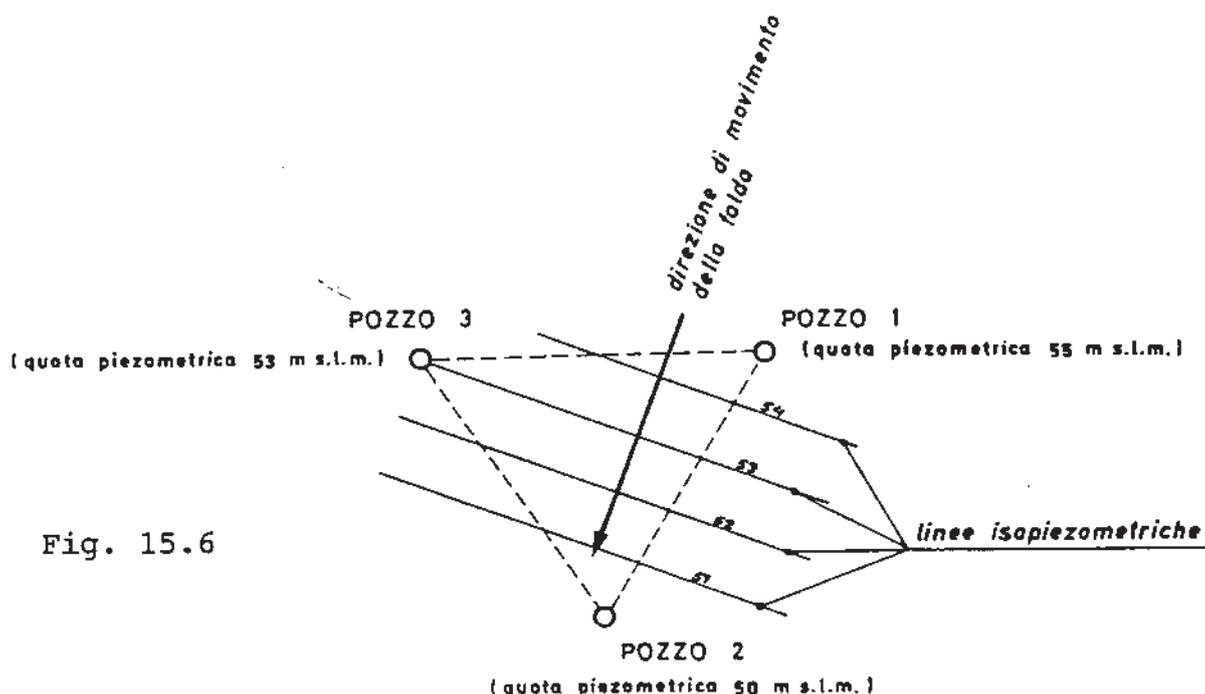
15.2.2 Falda freatica e pozzo freatico

In una falda così definita la corrente filtrante è limitata superiormente da una superficie libera, a contatto con l'atmosfera (superficie freatica) sulla quale la pressione relativa p è nulla (vedi fig. 15.3 a sinistra della linea verticale tratteggiata).

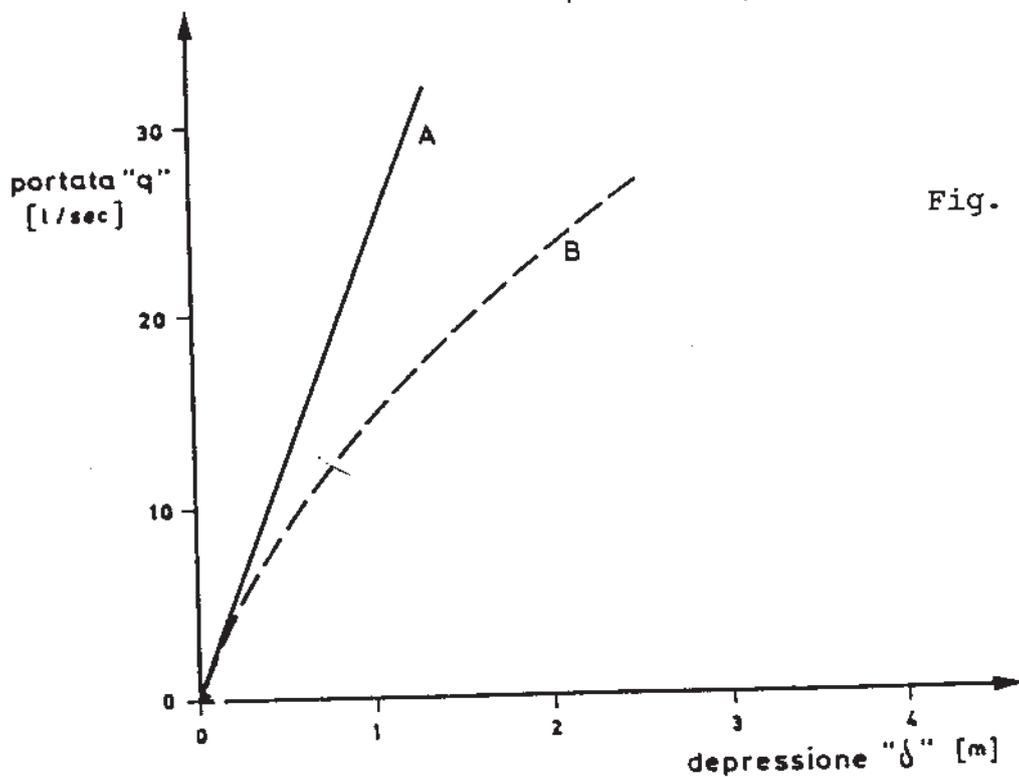
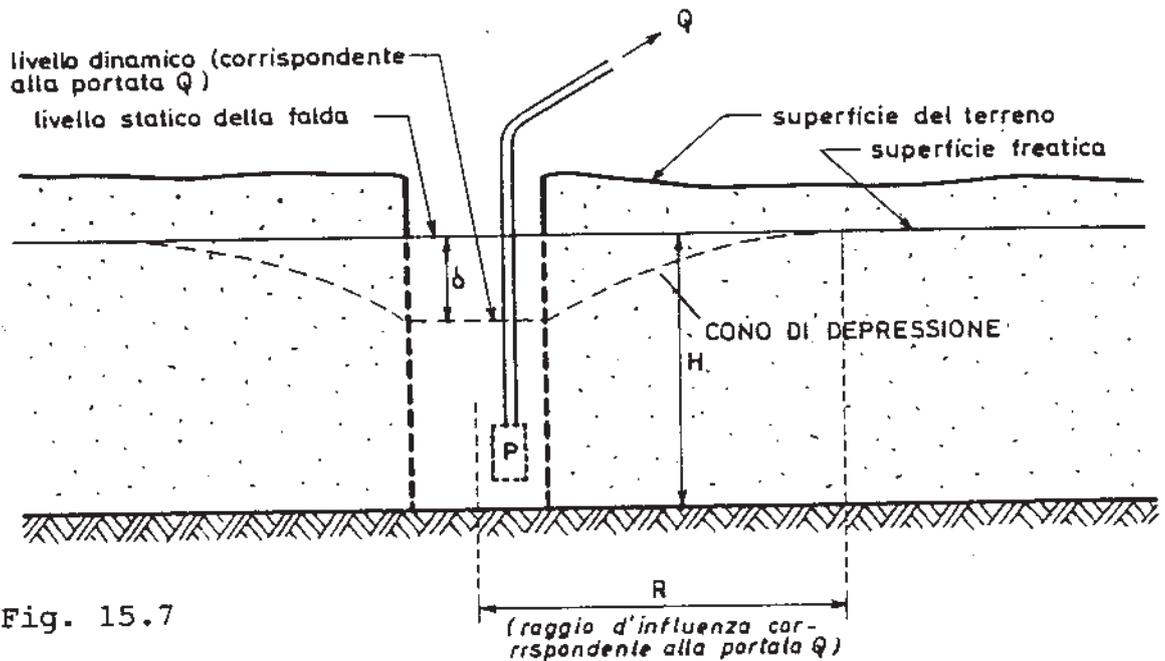
Se si scava un pozzo (fig. 15.5), attraverso esso può materializzarsi la quota piezometrica ovvero la posizione della superficie freatica.



La direzione di moto di una falda si può stabilire misurando la quota raggiunta dalla falda all'interno di tre pozzi spia posti agli estremi di un triangolo, e determinando la direzione della retta di massima pendenza del piano inclinato costituito dalla superficie freatica (fig. 15.6).



Un pozzo scavato in una falda freatica prende il nome di pozzo freatico. Con riferimento allo schema di pozzo freatico indicato in fig. 15.7, si dimostra che la curva caratteristica $Q(\delta)$ di un pozzo freatico è di tipo curvilineo (fig. 15.8).



A) pozzo artesiano

B) pozzo freatico con livello statico a -2m dal piano di campagna

La portata emungibile è ricavabile dalla seguente espressione:

$$Q=5f\delta(2H-\delta) \text{ [l/s]}$$

essendo f il coefficiente di filtrazione espresso in $1/s$, δ l'abbassamento della superficie idrica nel pozzo rispetto al livello statico della falda ed H la quota della superficie freatica della falda misurata rispetto al letto della formazione impermeabile, espressi entrambi in metri.
